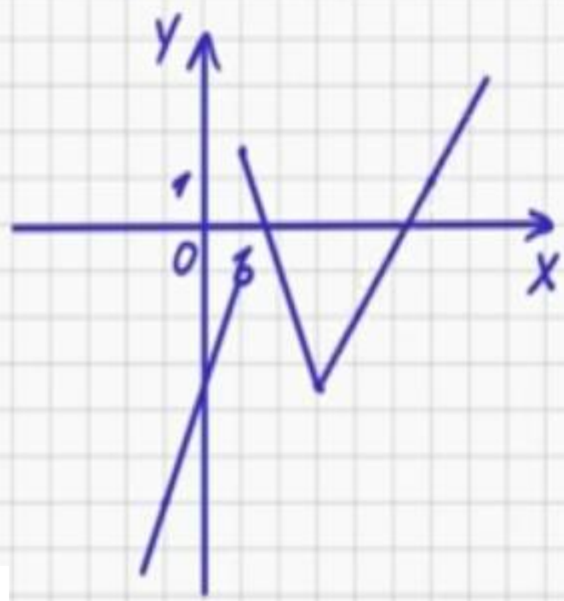
Задание 22 ОГЭ по математике (2 часть)

Калиниченко И.М.
Учитель математики
МАОУ СОШ №6

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2{,}5x - 3{,}5 & \text{при} \quad x < 1, \\ -2{,}5x + 4 & \text{при} \quad 1 \le x \le 3, \\ 1{,}5x - 8 & \text{при} \quad x > 3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.



$y = 2{,}5x - 3{,}5$

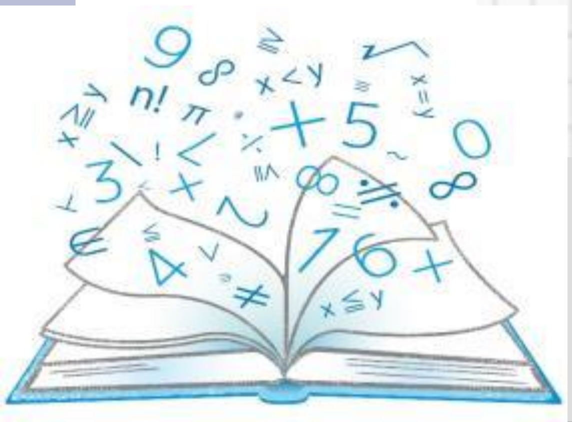
x	1	−1
y	−1	−6

$y = -2{,}5x + 4$

x	1	3
y	1,5	−3,5

$y = 1{,}5x - 8$

x	3	6
y	−3,5	1

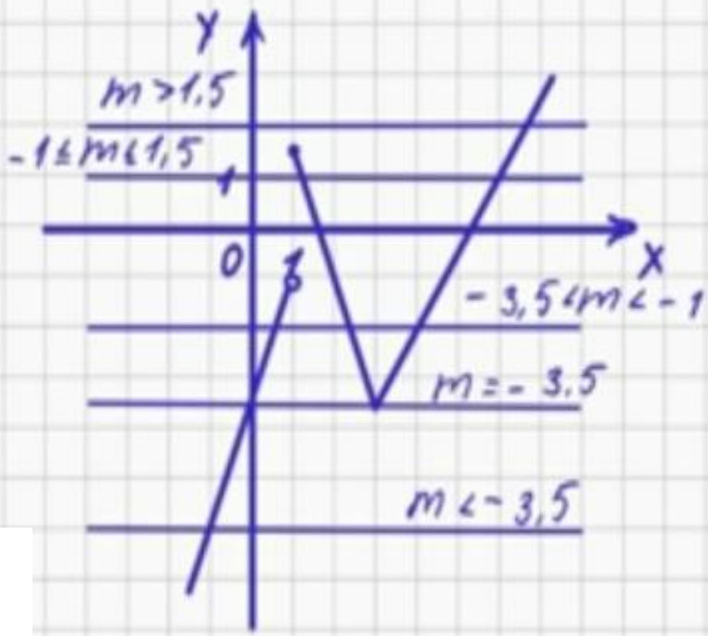


Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2{,}5x - 3{,}5 & \text{при} \quad x < 1, \\ -2{,}5x + 4 & \text{при} \quad 1 \le x \le 3, \\ 1{,}5x - 8 & \text{при} \quad x > 3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Пример оформления решения



y = m - прямая, которая параллельна оси абсцисс или совпалает с ней

При m < -3,5 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку

При m = -3,5 прямая y = m имеет с графиком две общие точки

При -3,5 < m < -1 прямая y = m имеет с графиком три общие точки

При -1 ≤ m ≤ 1,5 прямая y = m имеет с графиком две общие точки

При m > 1,5 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку

Ответ: m = -3,5; -1 ≤ m ≤ 1,5

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 8x + 14 & \text{при} \quad x \geq 3, \\ x - 2 & \text{при} \quad x < 3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

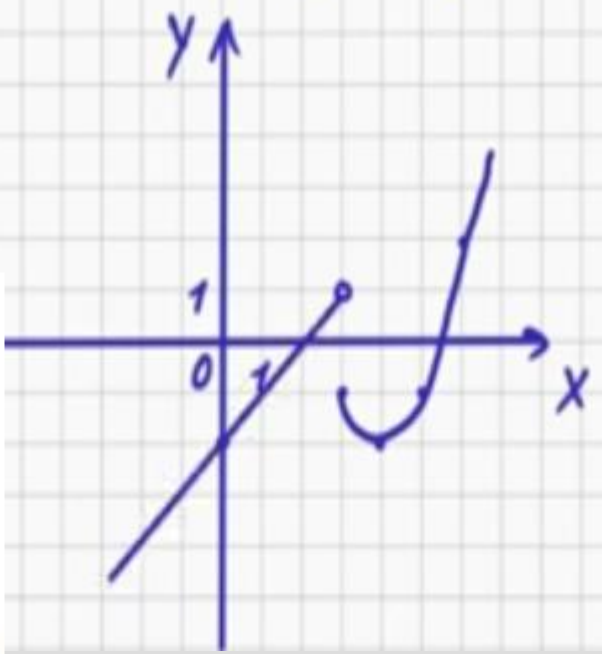
$x_0 = \frac{8}{2} = 4$

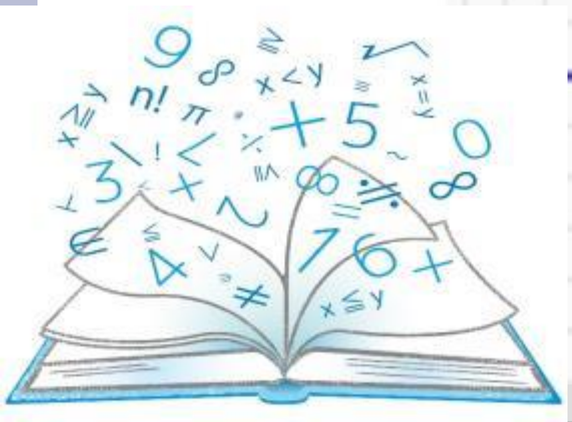
$y_0 = 4^2 - 8 \cdot 4 + 14 = 16 - 32 + 14 = -2$

$(4; -2)$

x	3	5	6
y	-1	-1	2

x	3	0
y	1	-2





Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 8x + 14 & \text{при} \quad x \geq 3, \\ x - 2 & \text{при} \quad x < 3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

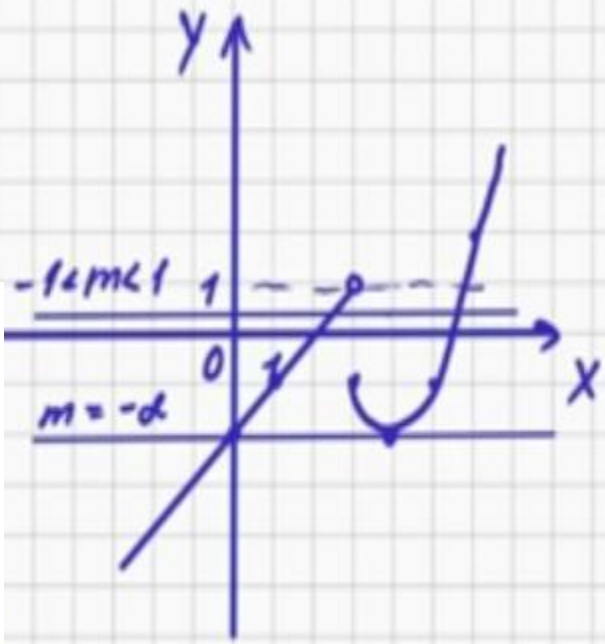
$x_0 = \frac{8}{2} = 4$

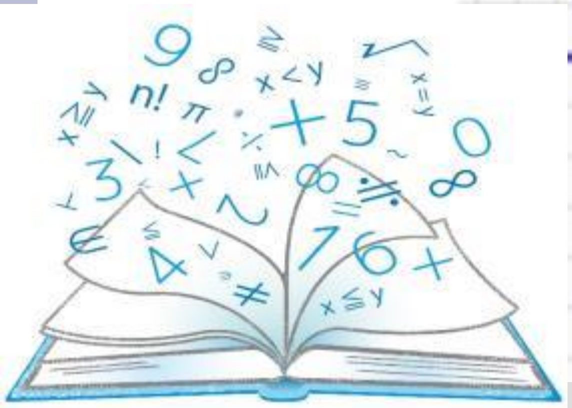
$y_0 = 4^2 - 8 \cdot 4 + 14 = 16 - 32 + 14 = -2$

$(4; -2)$

x	3	5	6
y	-1	-1	2

x	3	0
y	1	-2





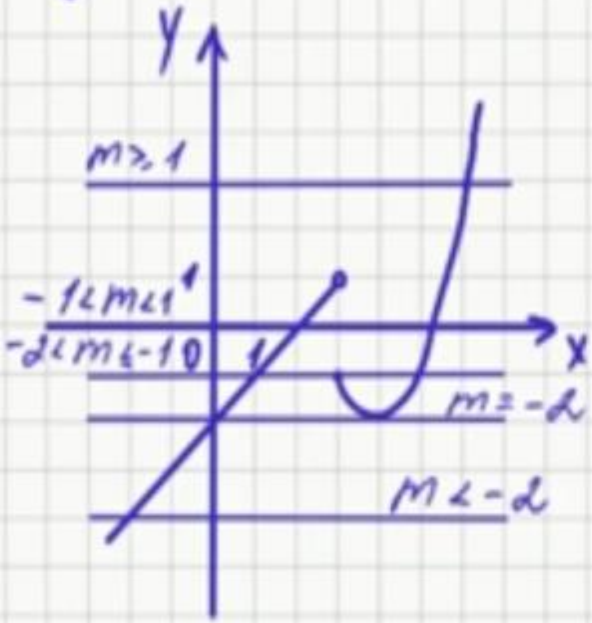
Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 8x + 14 & \text{при} \quad x \geq 3, \\ x - 2 & \text{при} \quad x < 3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Пример оформления решения

$y = x^2 - 8x + 14$ - парабола, ветви направлены вверх, (4; -2) -
- координата вершины



y = m - прямая, которая параллельна оси абсцисс или совпадает с ней

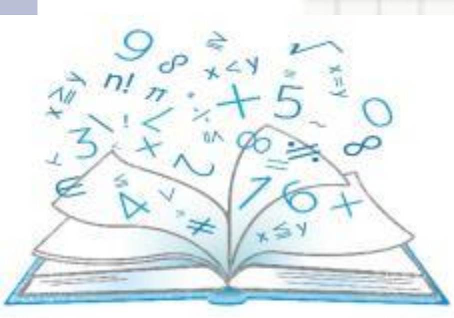
При m < -2 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку

При m = -2 прямая y = m имеет с графиком две общие точки

При -2 < m ⩽ -1 прямая y = m имеет с графиком три общие точки

При -1 < m < 1 прямая y = m имеет с графиком две общие точки

ри m ⩾ 1 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку



n = -2; -1 < m < 1

Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 6{,}25)(x - 1)}{1 - x}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

$$y = \frac{(x^2 + 6{,}25)(x - 1)}{1 - x} = \frac{(x^2 + 6{,}25)(-\cancel{(1 - x)})}{\cancel{1 - x}} = -x^2 - 6{,}25$$

$$D(f) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$$

$$x_0 = \frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0 \qquad (0; -6{,}25)$$

$$y_0 = -6{,}25$$

x	1	-1
y	$-7{,}25$	$-7{,}25$

Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 6{,}25)(x-1)}{1-x}.$$

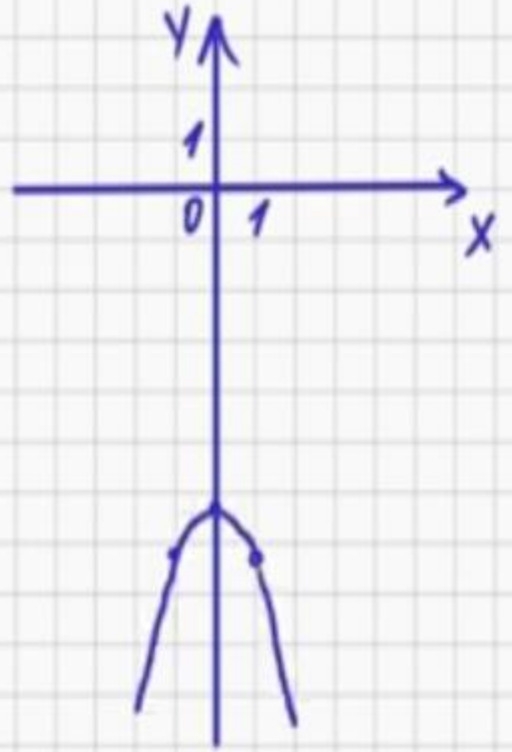
Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

$$x_0 = \frac{0}{2\cdot(-1)} = 0$$

$$y_0 = -6{,}25$$

$(0; -6{,}25)$

x	1	-1
y	$-7{,}25$	$-7{,}25$



Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 6{,}25)(x - 1)}{1 - x}.$$

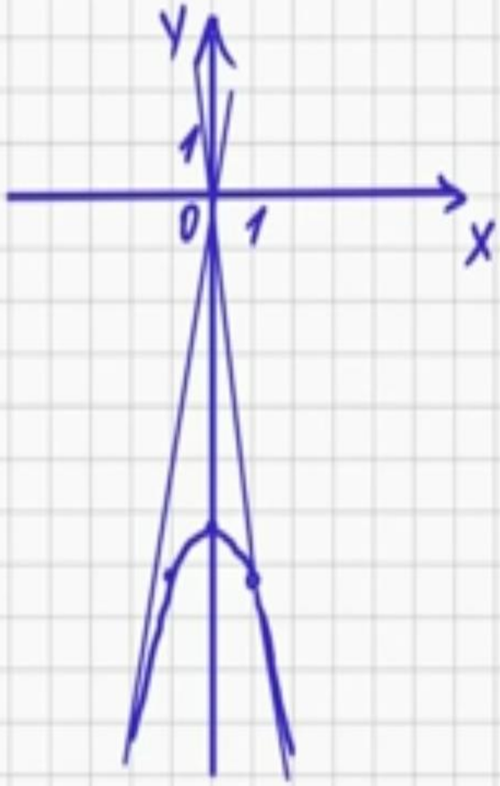
Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

$x_0 \ldots 2\cdot(-1) = 0$

$y_0 = -6{,}25$

$(0; -6{,}25)$

x	1	-1
y	-7,25	-7,25



$y = kx$

$-7{,}25 = k\cdot 1 \Rightarrow k = -7{,}25$

$-x^2 - 6{,}25 = kx$

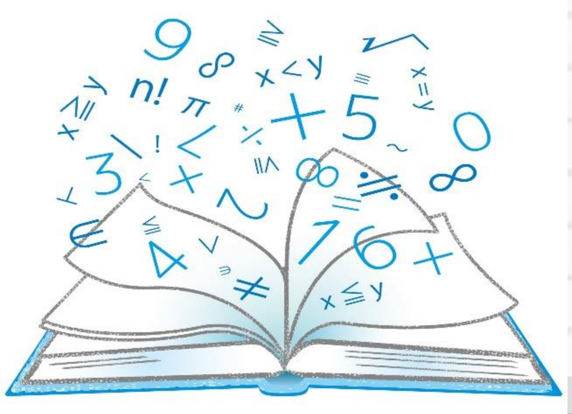
$-x^2 - kx - 6{,}25 = 0$

$D = k^2 - 25$

$k^2 - 25 = 0$

$k^2 = 25$

$k = \pm 5.$



Постройте график функции

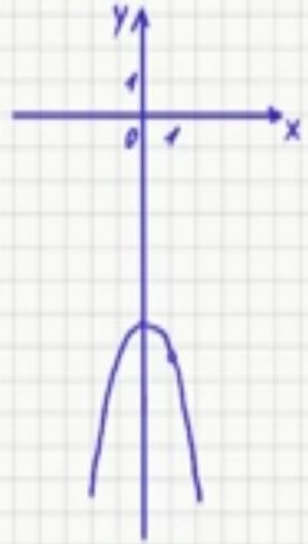
$$y = \frac{(x^2 + 6{,}25)(x - 1)}{1 - x}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Пример оформления решения

$$y = \frac{(x^2 + 6{,}25)(x-1)}{1-x} = -x^2 - 6{,}25$$ - парабола, ветви направлены вниз, (0; -6,25) - - координата вершины

$D(f) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$



y = kx - прямая, проходящая через начало координат. Она имеет ровно одну общую точку с графиком, если она проходит через выколотую точку (1; -7,25) или если она касается графика.

1) Определим значение k, когда прямая y = kx проходит через точку (1; -7,25)

$-7{,}25 = k \cdot 1 \Rightarrow k = -7{,}25$

2) Определим значение k, когда прямая y = kx касается графика

$-x^2 - 6{,}25 = kx$

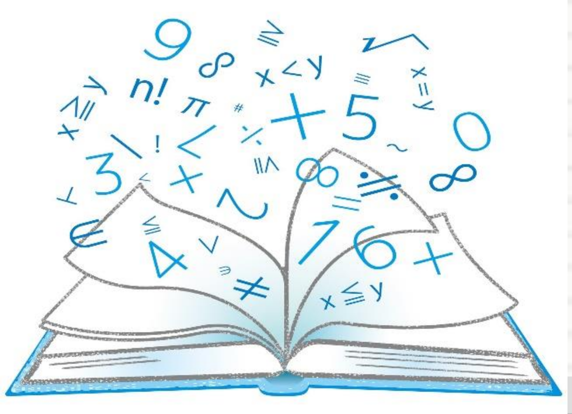
$-x^2 - kx - 6{,}25 = 0$

$D = k^2 - 25$

Прямая и график имеют одну общую точку, если D = 0

$k^2 - 25 = 0 \Rightarrow k = \pm 5$

Ответ: k = -7,25; k = ±5



Постройте график функции

$y = x|x| + 3|x| - 5x.$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

1. $x \geq 0$

$y = x^2 + 3x - 5x = x^2 - 2x$

$x_0 = \frac{2}{2} = 1 \quad y_0 = 1 - 2 = -1$

x	0	2	3
y	0	0	3

Постройте график функции

$y = x|x| + 3|x| - 5x.$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

$y = x^2 + 3x - 5x = x^2 - 2x$

$x_0 = \frac{2}{2} = 1 \quad y_0 = 1 - 2 = -1$

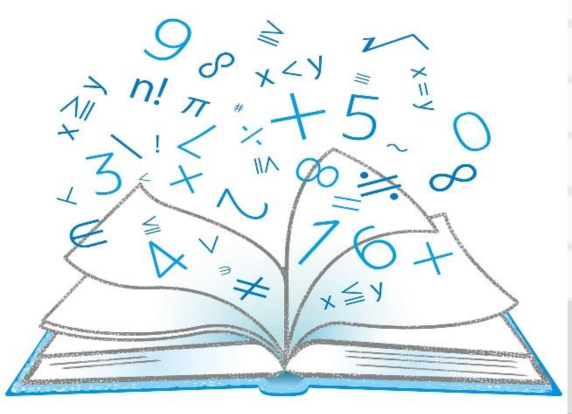
x	0	2	3
y	0	0	3

2. $x < 0$

$y = -x^2 - 3x - 5x = -x^2 - 8x$

$x_0 = \frac{8}{-2} = -4 \quad y_0 = -16 + 8 \cdot 4 = 16$

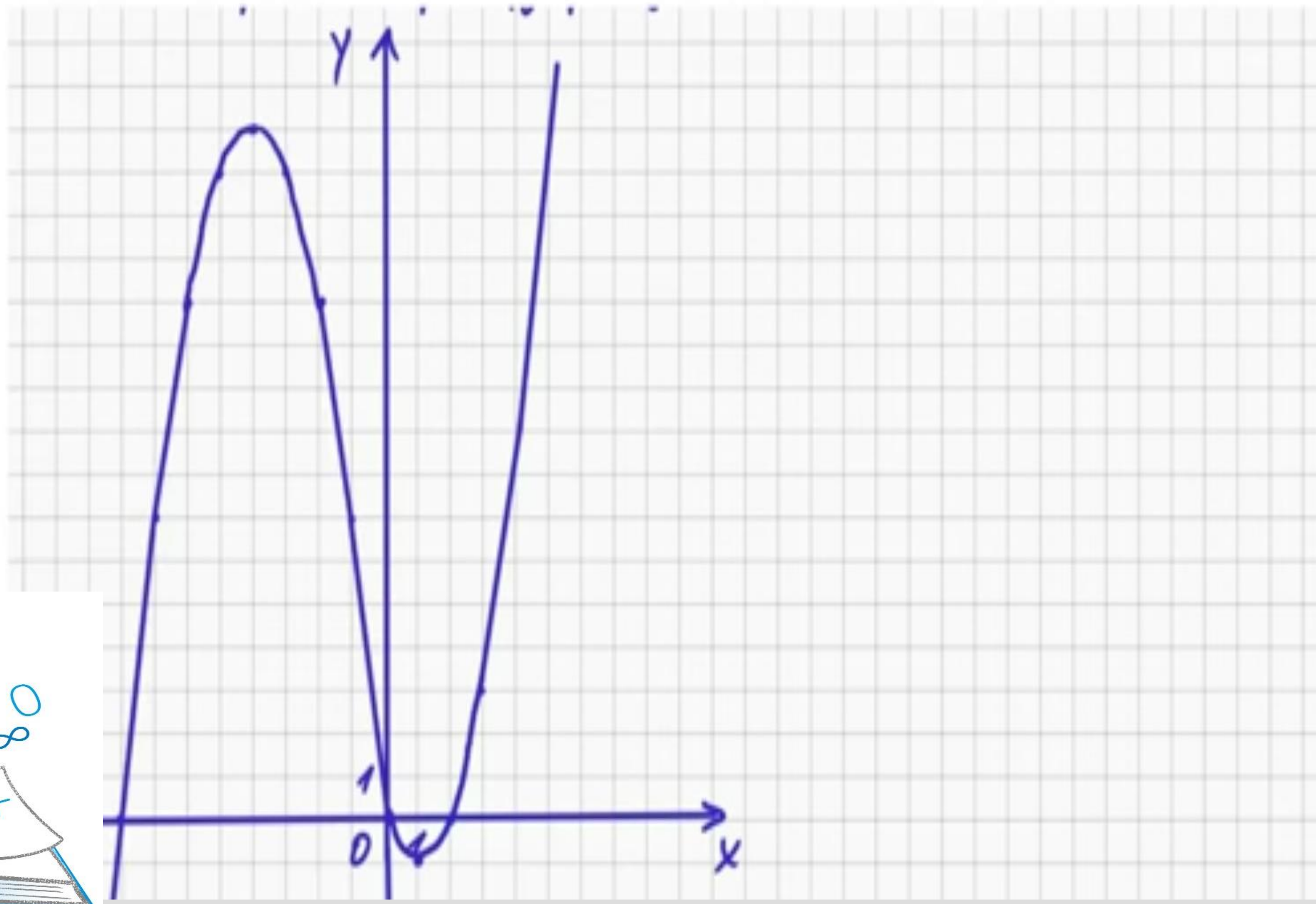
x	0	-1	-2	-3
y	0	7	12	15.

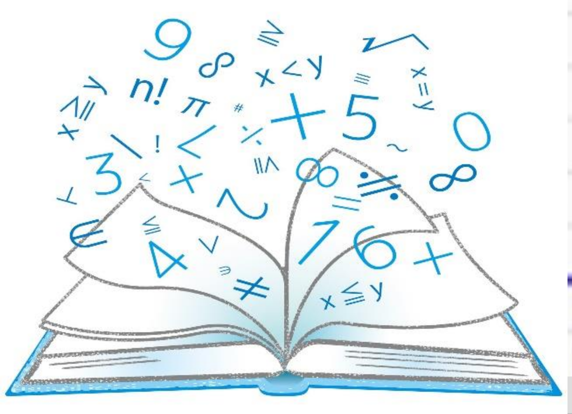


Постройте график функции

$y = x|x| + 3|x| - 5x.$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.





Постройте график функции

$y = x|x| + 3|x| - 5x.$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Пример оформления решения

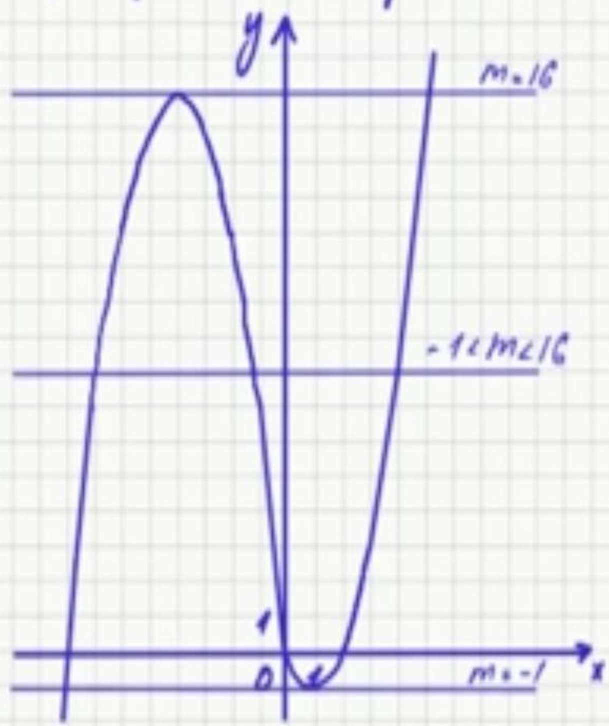
1. $x \geq 0$

$y = x^2 + 3x - 5x = x^2 - 2x$ - парабола, ветви направлены вверх, (1; -1) - координата вершины

2. $x < 0$

$y = -x^2 - 3x - 5x = -x^2 - 8x$ - парабола, ветви направлены вниз, (-4; 16) - координата вершины

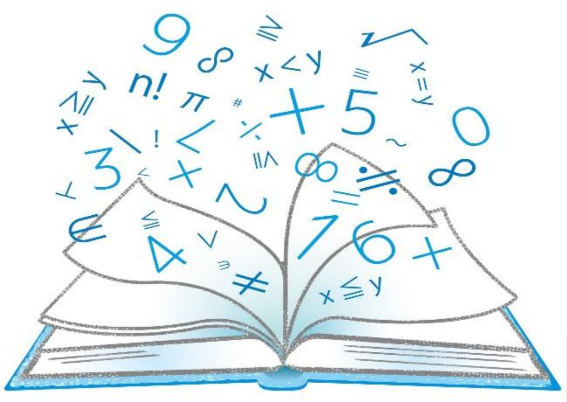
$$y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{при } x \geq 0 \\ -x^2 - 8x & \text{при } x < 0 \end{cases}$$



y = m - прямая, которая параллельна оси абсцисс или совпадает с ней

При m < -1 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку
При m = -1 прямая y = m имеет с графиком две общие точки
При -1 < m < 16 прямая y = m имеет с графиком три общие точки
При m = 16 прямая y = m имеет с графиком две общие точки
При m > 16 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку

Ответ: m = -1; m = 16



Постройте график функции

$y = 4|x+2| - x^2 - 3x - 2.$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

1\. $x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$

$y = 4(x+2) - x^2 - 3x - 2 = 4x + 8 - x^2 - 3x - 2 =$

$= -x^2 + x + 6$

$x_0 = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$ $\quad y_0 = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 6 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 6 =$

$= 6{,}5$

x	-2	-1	0	1
y	0	4	6	6

Постройте график функции

$$y = 4\,|x+2| - x^2 - 3x - 2.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

$x_0 = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$ $\quad y_0 = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 6 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 6 =$

$= 6{,}5$

x	-2	-1	0	1
y	0	4	6	6

2. $x + 2 < 0 \Rightarrow x < -2$

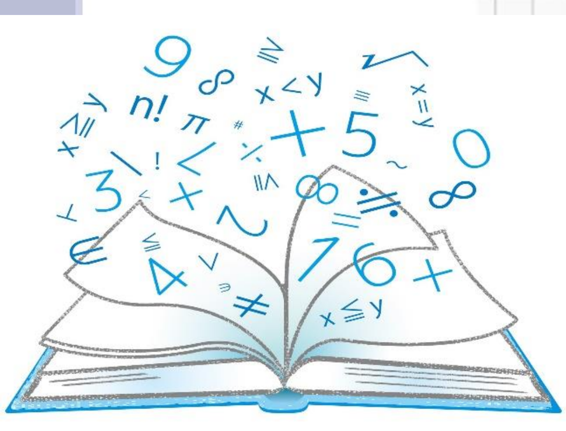
$y = -4(x+2) - x^2 - 3x - 2 = -4x - 8 - x^2 - 3x - 2 =$

$= -x^2 - 7x - 10$

$x_0 = \frac{7}{-2} = -3{,}5$ $\quad y = -\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 7\cdot\left(-\frac{7}{2}\right) - 10 =$

$= -\frac{49}{4} + \frac{49}{2} - 10 = 49\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) -$

$- 10 = 49\cdot\frac{1}{4} - 10 = 2\frac{1}{4} = 2{,}25$



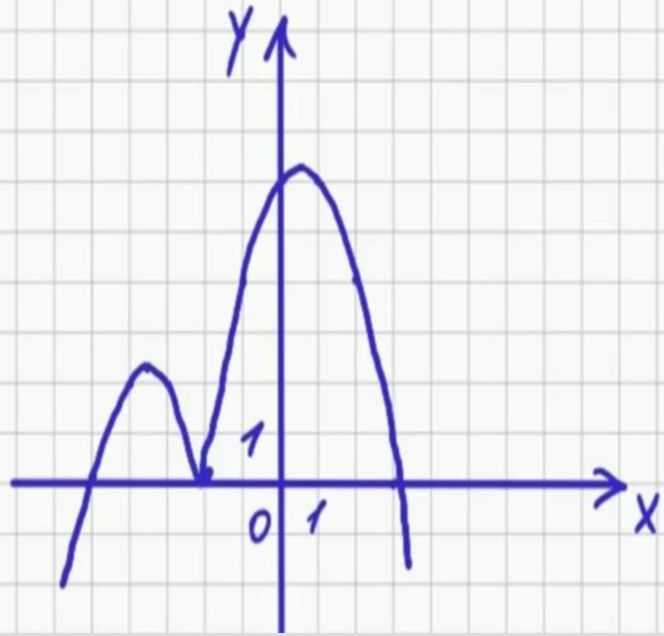
Постройте график функции

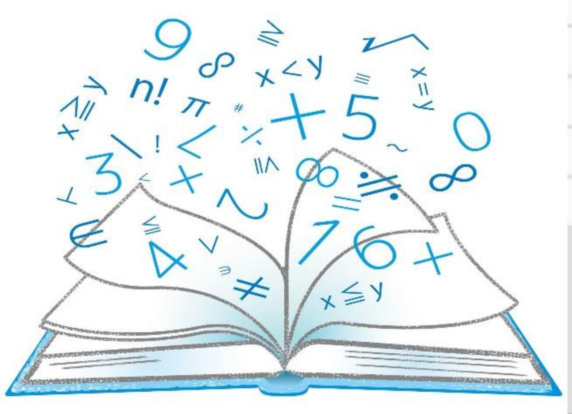
$$y = 4|x+2| - x^2 - 3x - 2.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

$-10 = 49 \cdot \frac{1}{4} - 10 = 2\frac{1}{4} = 2{,}25$

x	−2	−3	−4
y	0	2	2





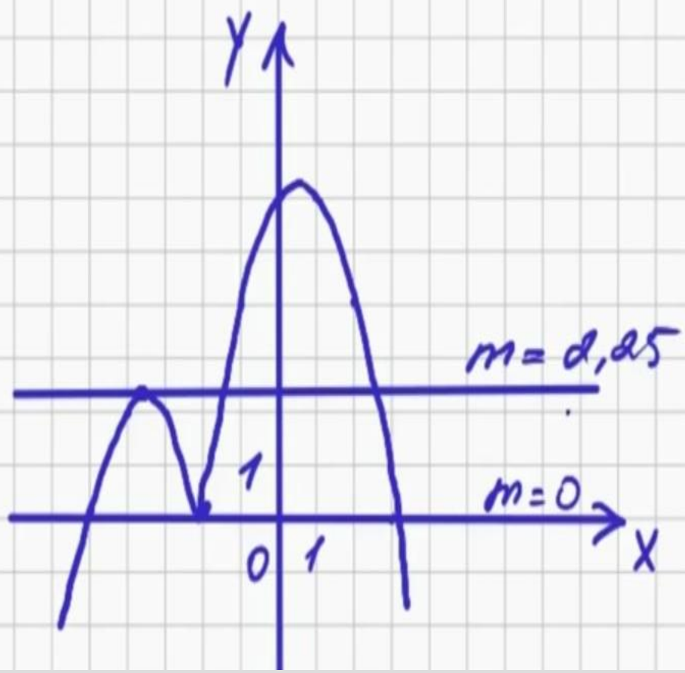
Постройте график функции

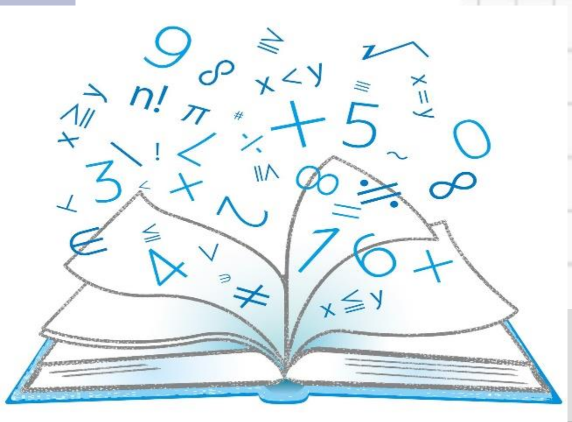
$y = 4|x+2| - x^2 - 3x - 2.$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

$-10 = 49 \cdot \frac{1}{4} - 10 = 2\frac{1}{4} = 2{,}25$

x	−2	−3	−4
y	0	2	2





Постройте график функции

$y = 4|x+2| - x^2 - 3x - 2.$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Пример оформления решения

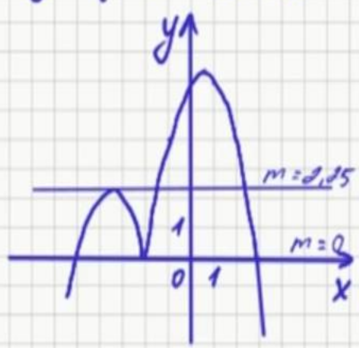
1. $x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$

$y = 4(x+2) - x^2 - 3x - 2 = -x^2 + x + 6$ - парабола, ветви направлены вниз, (0,5; 6,25) - координата вершины

2. $x+2 < 0 \Rightarrow x < -2$

$y = -4(x+2) - x^2 - 3x - 2 = -x^2 - 7x - 10$ - парабола, ветви направлены вниз, (-3,5; 2,25) - координата вершины

$$y = \begin{cases} -x^2 + x + 6 & \text{при } x \geq -2 \\ -x^2 - 7x - 10 & \text{при } x < -2 \end{cases}$$



y = m - прямая, которая параллельна оси абсцисс или совпадает с ней

При m < 0 прямая y = m имеет с графиком две общие точки

При m = 0 прямая y = m имеет с графиком три общие точки

При 0 < m < 2,25 прямая y = m имеет с графиком четыре общие точки

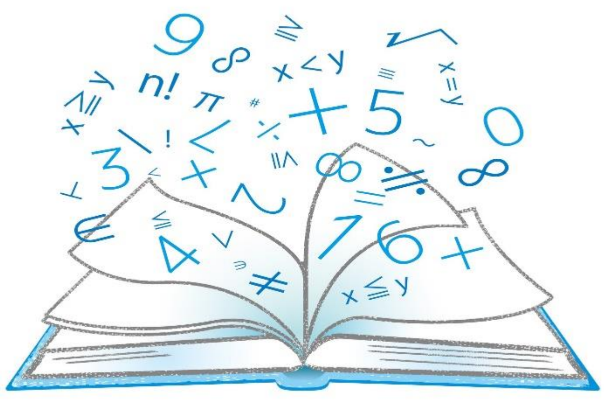
При m = 2,25 прямая y = m имеет с графиком три общие точки

При 2,25 < m < 6,25 прямая y = m имеет с графиком две общие точки

При m = 6,25 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку

При m > 6,25 прямая y = m не имеет с графиком общих точек

Ответ: m = 0; m = 2,25



Постройте график функции

$y = |x| \cdot (x+1) - 3x.$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

1. $x \geq 0$

$y = x(x+1) - 3x = x^2 + x - 3x = x^2 - 2x$

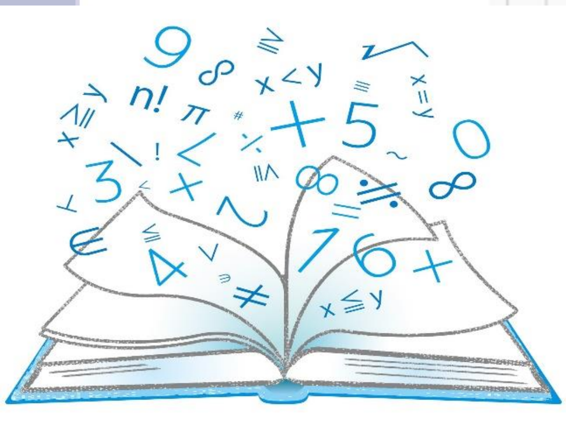
$x_0 = \frac{2}{2} = 1 \qquad y_0 = 1^2 - 2 \cdot 1 = -1$

x	0	1	2	3
y	0	-1	0	3

2. $x < 0$

$y = -x(x+1) - 3x = -x^2 - x - 3x = -x^2 - 4x$

$x_0 = \frac{4}{-2} = -2 \qquad y_0 = -(-2)^2 + 4 \cdot 2 = 4$



Постройте график функции

$y = |x| \cdot (x+1) - 3x.$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

$x_0 = \frac{4}{-2} = -2$ $\qquad y_0 = -(-2)^2 + 4 \cdot 2 = 4$

x	0	-1	-2	-3
y	0	3	4	3

Постройте график функции

$y = |x| \cdot (x+1) - 3x.$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Пример оформления решения

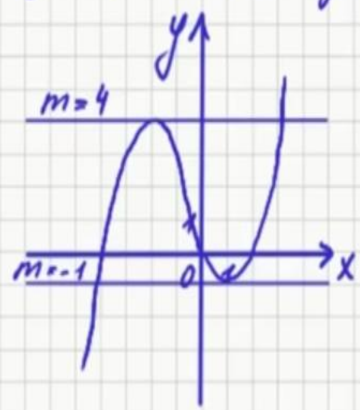
1. $x \geq 0$

$y = x^2 + x - 3x = x^2 - 2x$ - парабола, ветви направлены вверх, (1; -1) - координата вершины

2. $x < 0$

$y = -x^2 - x - 3x = -x^2 - 4x$ - парабола, ветви направлены вниз, (-2; 4) - координата вершины

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{при } x \geq 0 \\ -x^2 - 4x & \text{при } x < 0 \end{cases}$$



y = m - прямая, которая параллельна оси абсцисс или совпадает с ней

При m < -1 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку
При m = -1 прямая y = m имеет с графиком две общие точки
При -1 < m < 4 прямая y = m имеет с графиком три общие точки
При m = 4 прямая y = m имеет с графиком две общие точки
При m > 4 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку

Ответ: m = -1; m = 4

Постройте график функции

$$y = \left|x^2 - x - 2\right|.$$

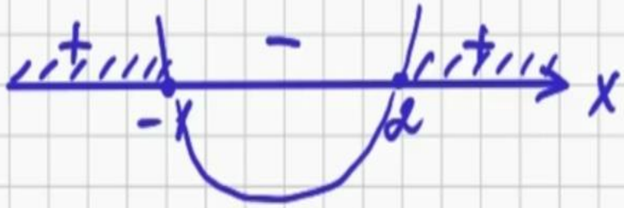
Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

1. $x^2 - x - 2 \geq 0$

$x^2 - x - 2 = 0$

$D = 1 + 8 = 9$

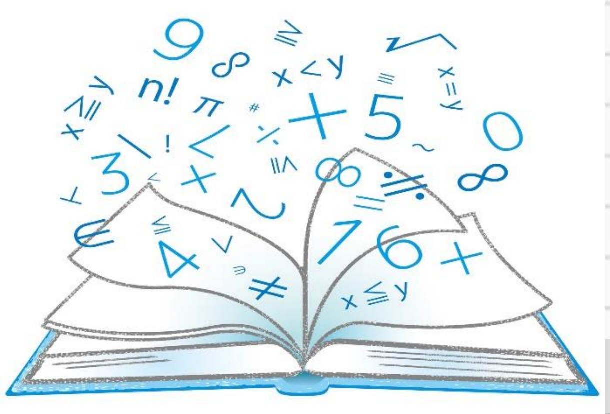
$x_1 = \frac{1+3}{2} = 2$ $\quad x_2 = \frac{1-3}{2} = -1$



$\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{cases}$

$y = x^2 - x - 2$

$x_0 = \frac{1}{2}$ $\quad y_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -2\frac{1}{4}$

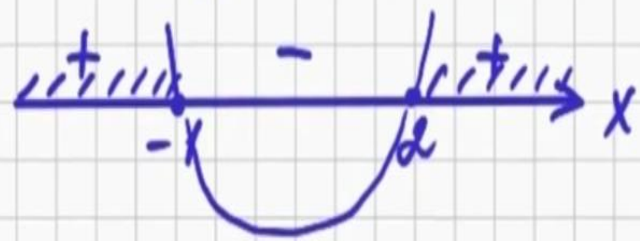


Постройте график функции

$$y = \left|x^2 - x - 2\right|.$$

Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

$$x_1 = \frac{1+3}{2} = 2 \qquad x_2 = \frac{1-3}{2} = -1$$



$$\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$y = x^2 - x - 2$$

$$x_0 = \frac{1}{2} \qquad y_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -2\frac{1}{4}$$

x	-1	2	-2	3
y	0	0	4	4

Постройте график функции

$$y = \left|x^2 - x - 2\right|.$$

Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

$x_0 = \frac{1}{2}$ $\quad y_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -2\frac{1}{4}$

x	-1	2	-2	3
y	0	0	4	4

2. $x^2 - x - 2 < 0$

$-1 < x < 2$

$y = -(x^2 - x - 2) = -x^2 + x + 2$

$x_0 = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$ $\quad y_0 = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{4}$

x	-1	0	1	2
y	0	2	2	0

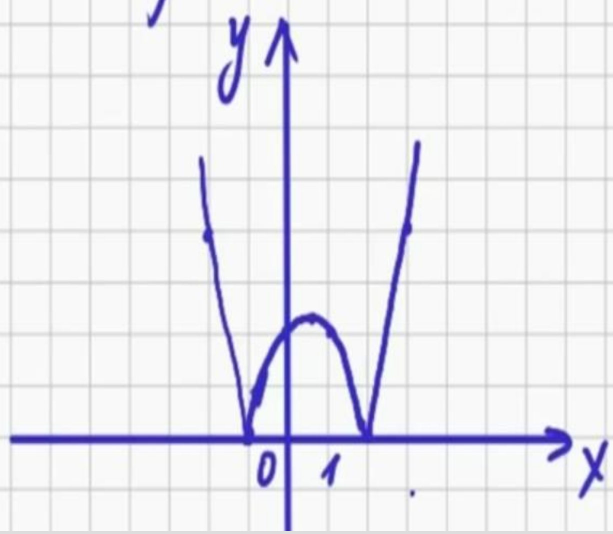
Постройте график функции

$$y = \left|x^2 - x - 2\right|.$$

Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

$$x_0 = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \qquad y_0 = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{4}$$

x	-1	0	1	2
y	0	2	2	0



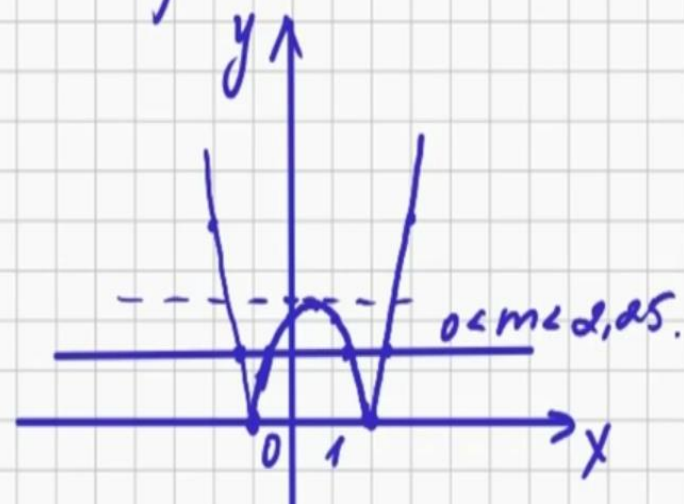
Постройте график функции

$$y = \left|x^2 - x - 2\right|.$$

Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

$$x_0 = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \qquad y_0 = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{4}$$

x	-1	0	1	2
y	0	2	2	0



$y = m$

Постройте график функции

$$y = \left|x^2 - x - 2\right|.$$

Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

Пример оформления решения

1. $x^2 - x - 2 \geq 0$

$x_1 = 2 \qquad x_2 = -1$

$+ \quad - \quad +$; -1, 2, x

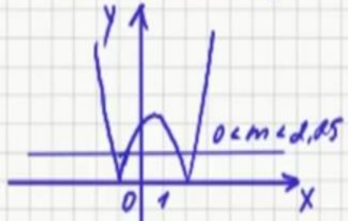
$y = x^2 - x - 2$ - парабола, ветви направлены вверх, (0,5; -2,25) - - координата вершины

2. $x^2 - x - 2 < 0$

$-1 < x < 2$

$y = -x^2 + x + 2$ - парабола, ветви направлены вниз, (0,5; 2,25) - - координата вершины

$$y = \begin{cases} x^2 - x - 2 & \text{при } x \leq -1 \text{ и } x \geq 2 \\ -x^2 + x + 2 & \text{при } -1 < x < 2 \end{cases}$$



y = m - прямая, которая параллельна оси абсцисс или совпадает с ней

При m < 0 прямая y = m не имеет с графиком общих точек

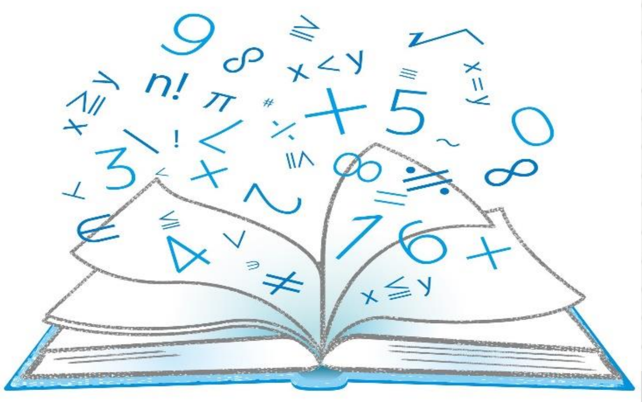
При m = 0 прямая y = m имеет с графиком две общие точки

При 0 < m < 2,25 прямая y = m имеет с графиком четыре общие точки

При m = 2,25 прямая y = m имеет с графиком три общие точки

При m > 2,25 прямая y = m имеет с графиком две общие точки

Ответ: четыре



Постройте график функции

$y = x^2 - |4x + 3|$.

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

1. $4x + 3 \geq 0 \Rightarrow 4x \geq -3 \Rightarrow x \geq -\frac{3}{4}$

$y = x^2 - (4x + 3) = x^2 - 4x - 3$

$x_0 = \frac{4}{2} = 2 \quad y_0 = 2^2 - 4 \cdot 2 - 3 = -7$

x	$-3/4$	0	1
y	$9/16$	-3	-6

$y\left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) - 3 = \frac{9}{16} + 3 - 3 = \frac{9}{16}$

Постройте график функции

$y = x^2 - |4x + 3|$.

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

$$y\left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 4\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) - 3 = \frac{9}{16} + 3 - 3 = \frac{9}{16}$$

2. $4x + 3 < 0 \Rightarrow 4x < -3 \Rightarrow x < -\frac{3}{4}$

$$y = x^2 - (-(4x+3)) = x^2 + 4x + 3$$

$$x_0 = \frac{-4}{2} = -2 \qquad y_0 = 4 - 8 + 3 = -1$$

x	$-\frac{3}{4}$	-1	-2	-3
y	$9/16$	0	-1	0

$$y\left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 4\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) + 3 = \frac{9}{16} - 3 + 3 = \frac{9}{16}$$

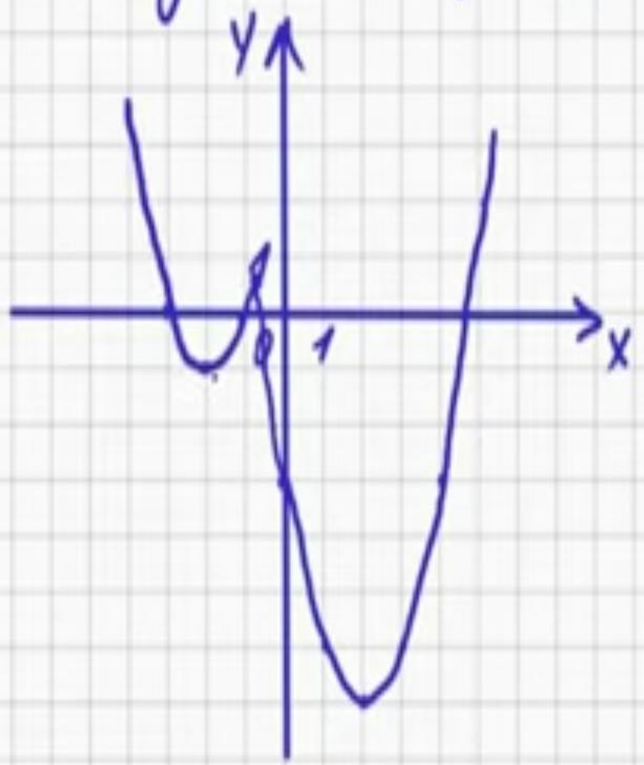
Постройте график функции

$y = x^2 - |4x + 3|$.

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

x	[illegible]	[illegible]	-2	-3
y	$9/16$	0	-1	0

$$y\left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 4\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) + 3 = \frac{9}{16} - 3 + 3 = \frac{9}{16}$$



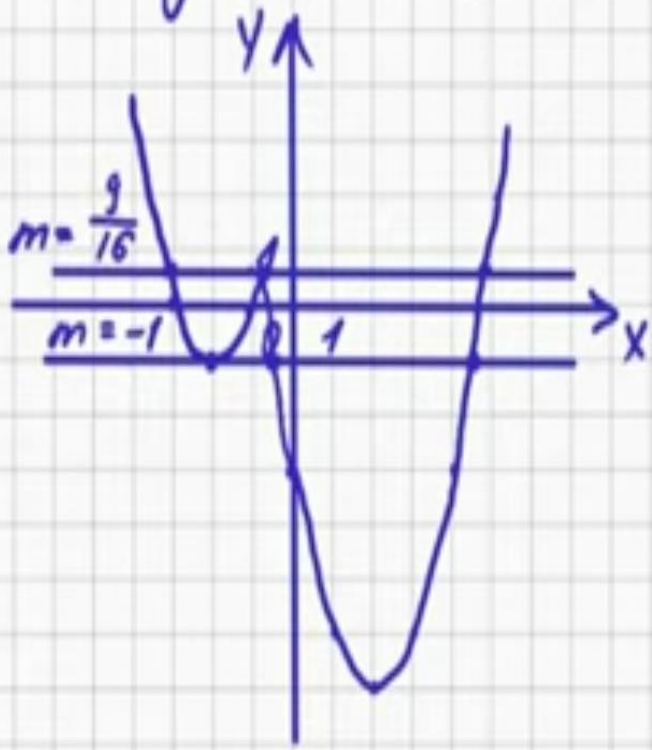
Постройте график функции

$$y = x^2 - |4x + 3|.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

y	$9/16$	0	-1	0

$$y\left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 4\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) + 3 = \frac{9}{16} - 3 + 3 = \frac{9}{16}$$



Постройте график функции

$y = x^2 - |4x + 3|$.

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Пример оформления решения

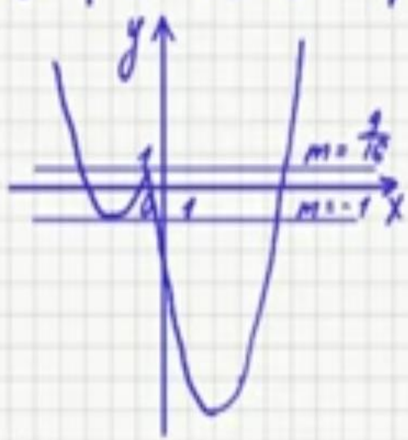
1. $4x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3/4$

$y = x^2 - 4x - 3$ - парабола, ветви направлены вверх, (2; -7) - координата вершины

2. $4x + 3 < 0 \Rightarrow x < -3/4$

$y = x^2 + 4x + 3$ - парабола, ветви направлены вверх, (-2; -1) - координата вершины

$$y = \begin{cases} x^2 - 4x - 3 & \text{при } x \geq -3/4 \\ x^2 + 4x + 3 & \text{при } x < -3/4 \end{cases}$$



y = m - прямая, которая параллельна оси абсцисс или совпадает с ней

При m < -7 прямая y = m не имеет с графиком общих точек

При m = -7 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку

При -7 < m < -1 прямая y = m имеет с графиком две общие точки

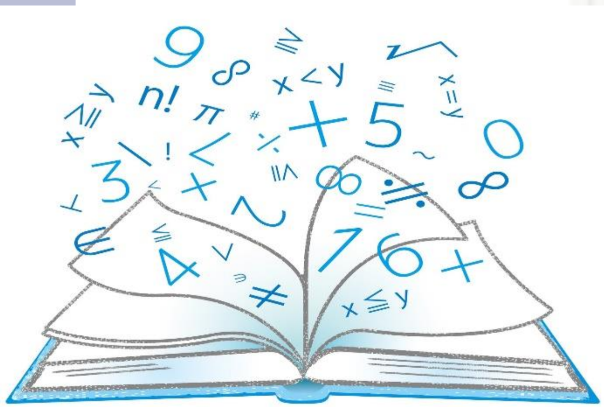
При m = -1 прямая y = m имеет с графиком три общие точки

При -1 < m < 9/16 прямая y = m имеет с графиком четыре общие точки

При m = 9/16 прямая y = m имеет с графиком три общие точки

При m > 9/16 прямая y = m имеет с графиком две общие точки

Ответ: m = -1; m = 9/16



Постройте график функции

$$y = -2 - \frac{x+4}{x^2+4x}.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

$x^2 + 4x \neq 0$

$x(x+4) \neq 0$

$x \neq 0$ или $x + 4 \neq 0$

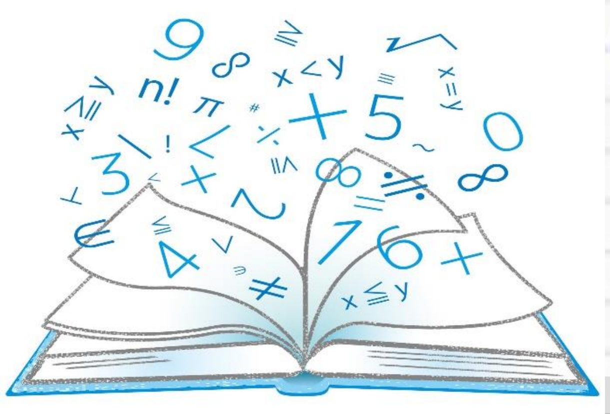
$x \neq -4$

$D(f): (-\infty; -4) \cup (-4; 0) \cup (0; +\infty)$

$y = -2 - \frac{x+4}{x^2+4x} = -2 - \frac{x+4}{x(x+4)} = -2 - \frac{1}{x}$

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	$-1\frac{3}{4}$	$-1{,}5$	-1	-3	$-2{,}5$	$-2\frac{1}{4}$

$-2 - 1 : (-4) = -2 + \frac{1}{4} = -1\frac{3}{4}$



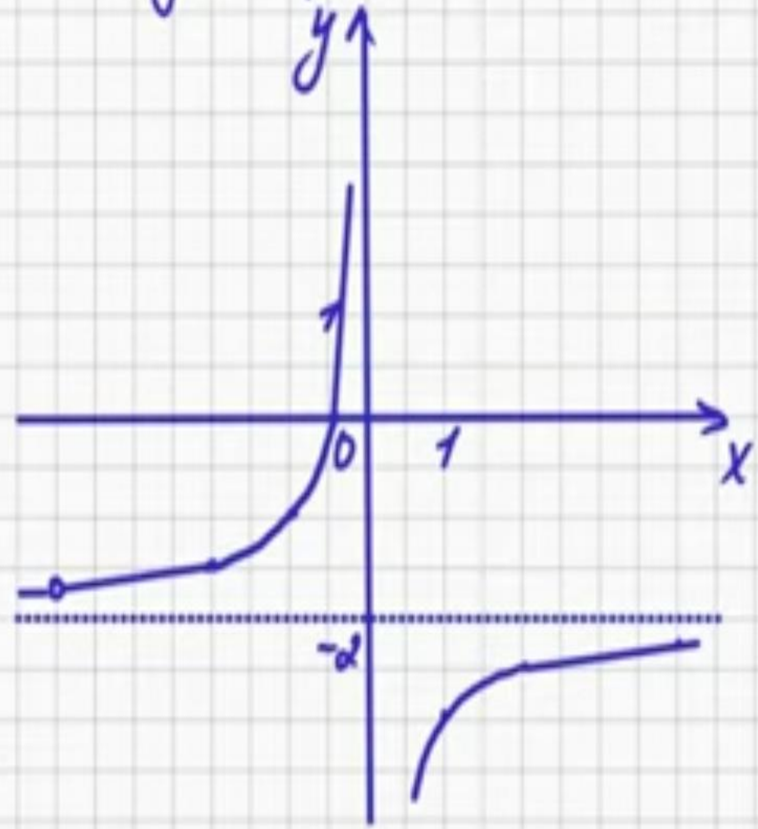
Постройте график функции

$$y = -2 - \frac{x+4}{x^2+4x}.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	$-1\frac{3}{4}$	$-1{,}5$	-1	-3	$-2{,}5$	$-2\frac{1}{4}$

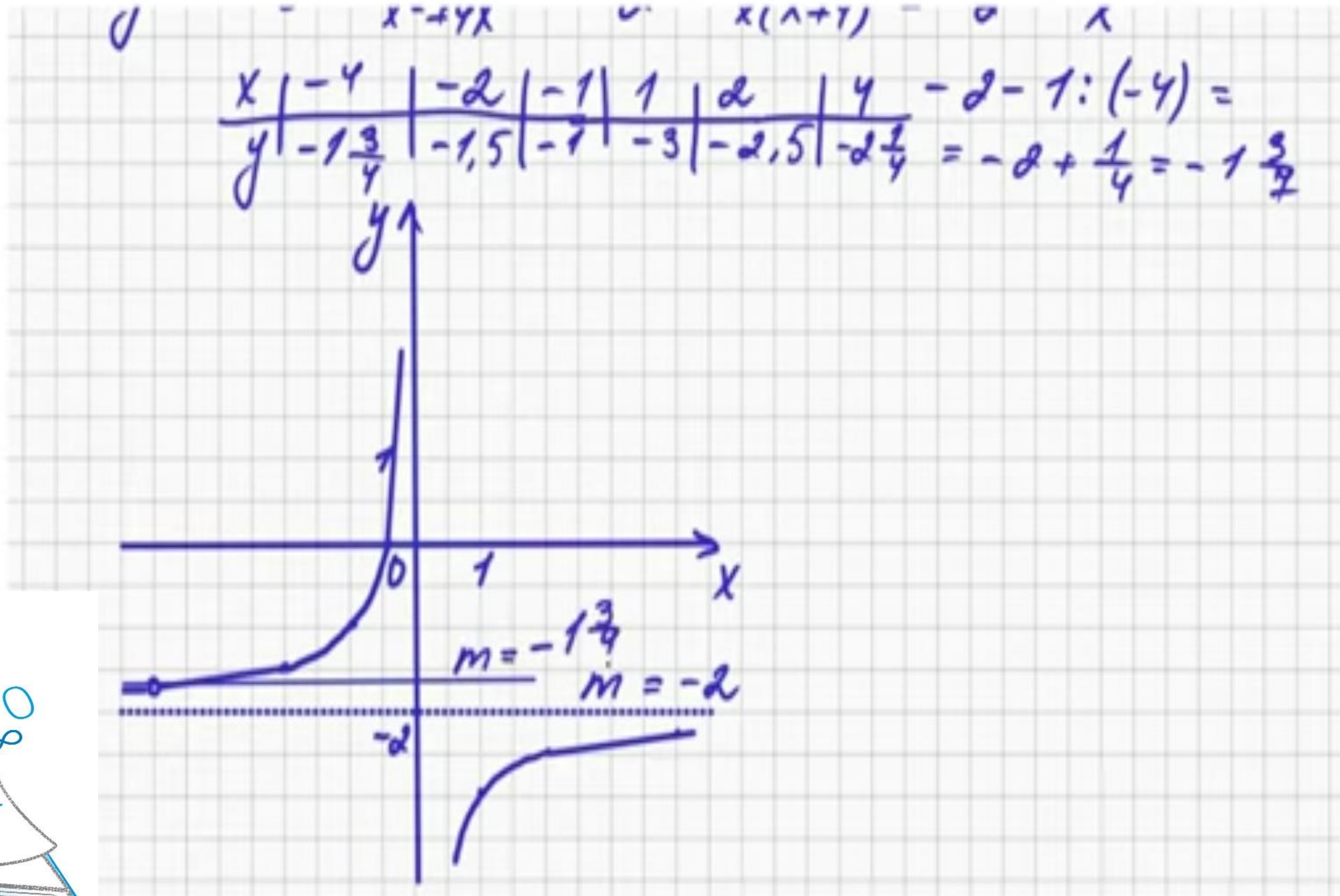
$-2 - 1:(-4) = -2 + \frac{1}{4} = -1\frac{3}{4}$



Постройте график функции

$$y = -2 - \frac{x+4}{x^2+4x}.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.



Постройте график функции

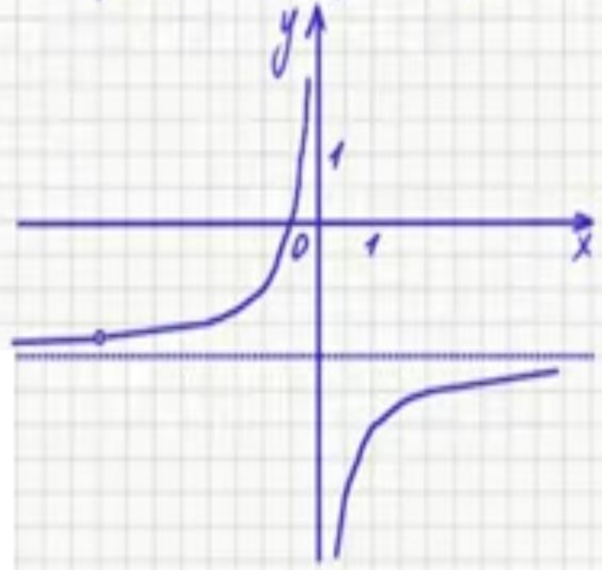
$$y = -2 - \frac{x+4}{x^2+4x}.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Пример оформления решения

$y = -2 - \frac{x+4}{x(x+4)} = -2 - \frac{1}{x}$ - гипербола, расположена во 2й и в 4й четвертях, ассимптоты y = -2 и x = 0

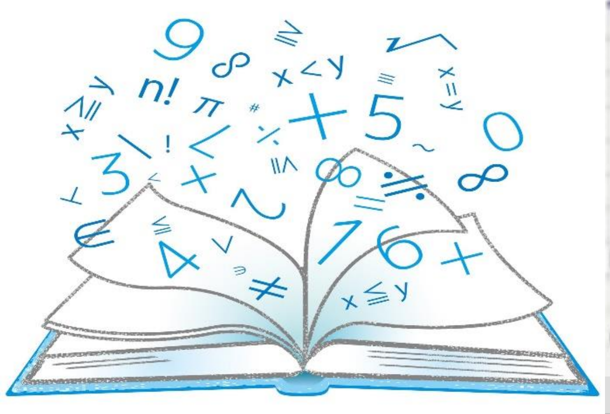
$D(f): (-\infty; -4) \cup (-4; 0) \cup (0; +\infty)$



y = m - прямая, которая параллельна оси абсцисс или совпадает с ней

При m < -2 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку
При m = -2 прямая y = m не имеет с графиком общих точек
При -2 < m < -1,75 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку
При m = -1,75 прямая y = m не имеет с графиком общих точек
При m > -1,75 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку

Ответ: m = -2; m = -1,75



Постройте график функции

$$y = \frac{2x+5}{2x^2+5x}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

$2x^2+5x \neq 0$

$x(2x+5) \neq 0$

$x \neq 0$ или $2x+5 \neq 0$

$x \neq -\frac{5}{2}$

$D(f): (-\infty; -\frac{5}{2}) \cup (-\frac{5}{2}; 0) \cup (0; +\infty)$

$y = \frac{2x+5}{x(2x+5)} = \frac{1}{x}$

x	$-5/2$	1	-1	2	$\frac{1}{2}$
y	$-2/5$	1	-1	$\frac{1}{2}$	2

Постройте график функции

$$y = \frac{2x+5}{2x^2+5x}.$$

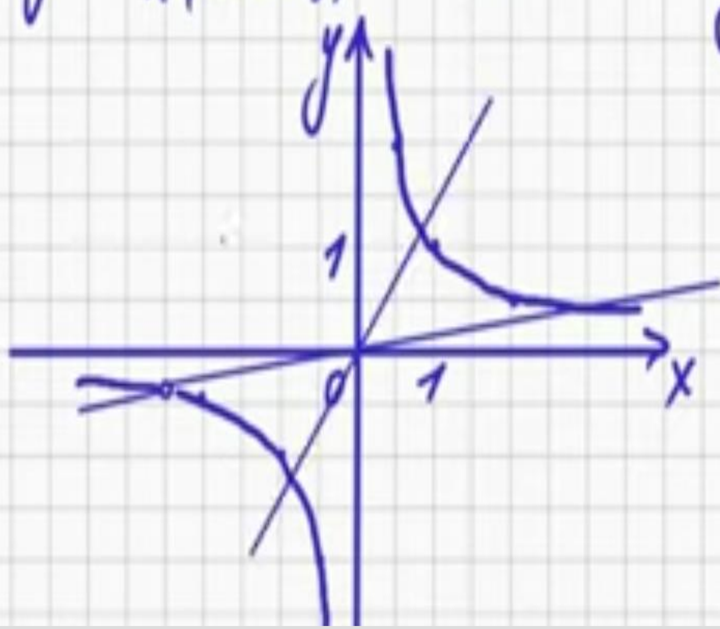
Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

$x \neq -2$

$D(f): \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{5}{2}; 0\right) \cup (0; +\infty)$

$y = \frac{2x+5}{x(2x+5)} = \frac{1}{x}$

x	$-5/2$	1	-1	2	$\frac{1}{2}$
y	$-2/5$	1	-1	$\frac{1}{2}$	2



Постройте график функции

$$y = \frac{2x+5}{2x^2+5x}.$$

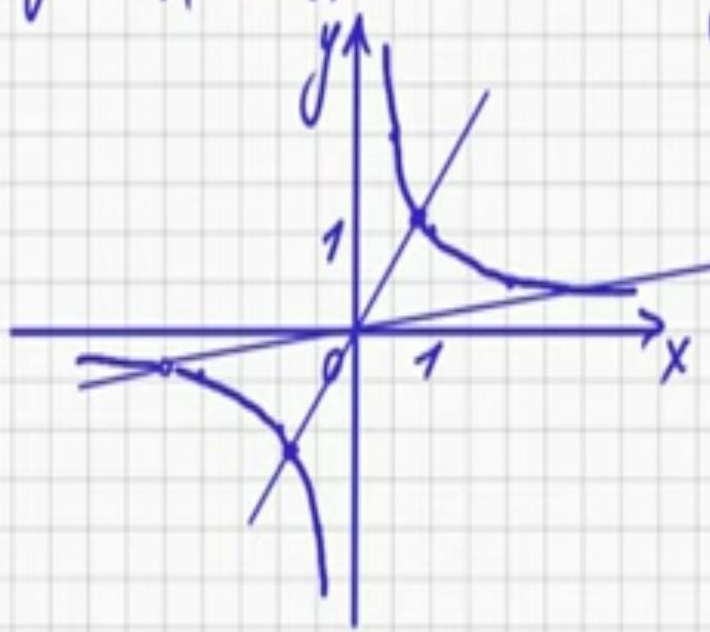
Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

$x \neq -2$

$D(f): \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{5}{2}; 0\right) \cup (0; +\infty)$

$y = \dfrac{2x+5}{x(2x+5)} = \dfrac{1}{x}$

x	$-5/2$	1	-1	2	$\frac{1}{2}$
y	$-2/5$	1	-1	$\frac{1}{2}$	2



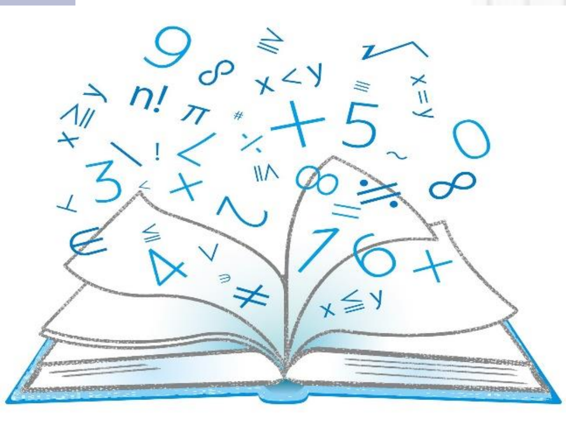
$\left(-\frac{5}{2}; -\frac{2}{5}\right)$

$y = kx$

$-\frac{2}{5} = k \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)$

$k = -\frac{2}{5} : \left(-\frac{5}{2}\right) =$

$= \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25} = 0{,}16$



Постройте график функции

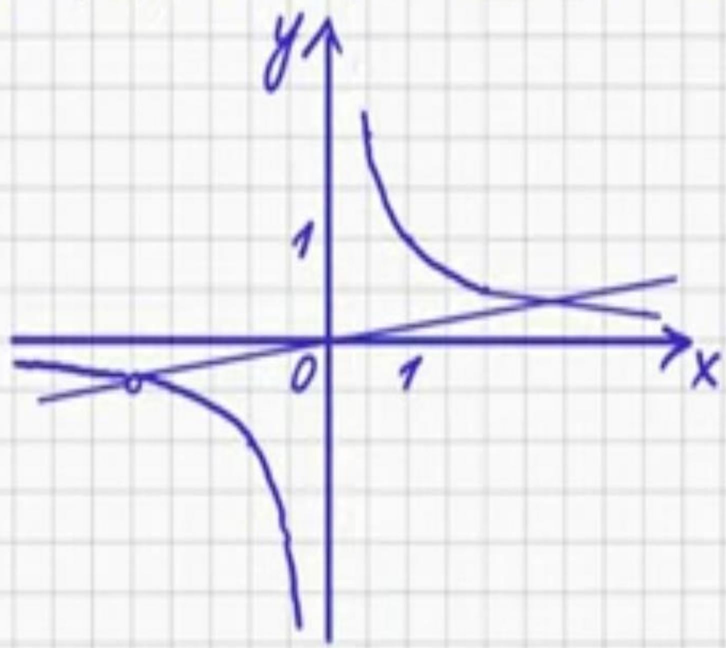
$$y = \frac{2x+5}{2x^2+5x}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Пример оформления решения

$y = \frac{2x+5}{x(2x+5)} = \frac{1}{x}$ - гипербола, расположена в 1й и 3й четвертях

$D(f): (-\infty; -2,5) \cup (-2,5; 0) \cup (0; +\infty)$

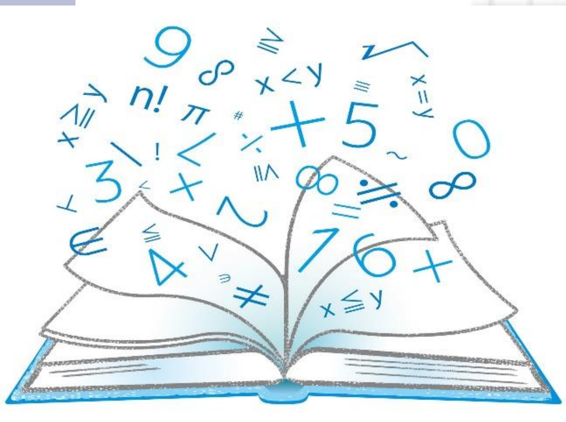


y = kx - прямая, проходящая через начало координат. Она имеет ровно одну общую точку с графиком, если она проходит через выколотую точку (-2,5; -0,4).

$-0,4 = k \cdot (-2,5)$

$k = \frac{-0,4}{-2,5} = 0,16$

Ответ: 0,16



Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{5,5} - \frac{5,5}{x}\right| + \frac{x}{5,5} + \frac{5,5}{x}\right).$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

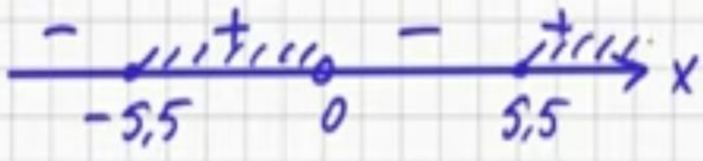
$D(f)$: $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

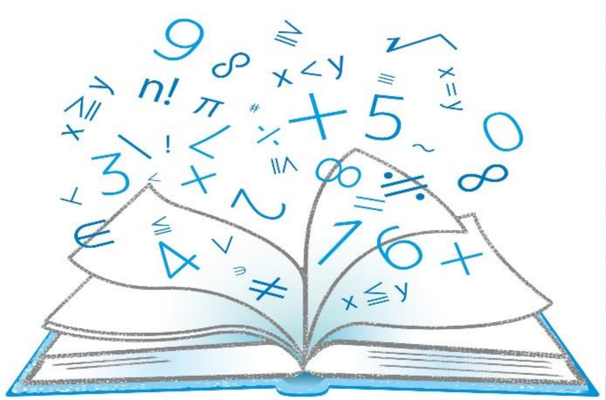
1. $\frac{x}{5,5} - \frac{5,5}{x} > 0$

$$\frac{x^2 - 5,5^2}{5,5x} > 0$$

$$V \quad \frac{(x-5,5)(x+5,5)}{5,5x} = 0$$

$$\begin{cases} (x-5,5)(x+5,5) = 0 \\ 5,5x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x - 5,5 = 0 \\ x + 5,5 = 0 \end{array}\right. \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 5,5 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

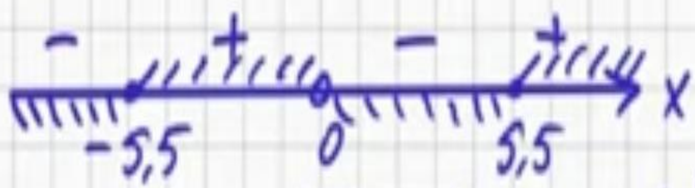




Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{5{,}5} - \frac{5{,}5}{x}\right| + \frac{x}{5{,}5} + \frac{5{,}5}{x}\right).$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.



$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{5{,}5} - \cancel{\frac{5{,}5}{x}} + \frac{x}{5{,}5} + \cancel{\frac{5{,}5}{x}}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2x}{5{,}5} = \frac{x}{5{,}5}$$

x	−5,5	0	5,5
y	−1	0	1

2. $\frac{x}{5{,}5} - \frac{5{,}5}{x} < 0$

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{5{,}5}{x} - \cancel{\frac{x}{5{,}5}} + \cancel{\frac{x}{5{,}5}} + \frac{5{,}5}{x}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{11}{x} = \frac{5{,}5}{x}.$$

Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{5{,}5} - \frac{5{,}5}{x}\right| + \frac{x}{5{,}5} + \frac{5{,}5}{x}\right).$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

$-5{,}5 \quad 0 \quad 5{,}5 \quad x$

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{5{,}5} - \cancel{\frac{5{,}5}{x}} + \frac{x}{5{,}5} + \cancel{\frac{5{,}5}{x}}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2x}{5{,}5} = \frac{x}{5{,}5}$$

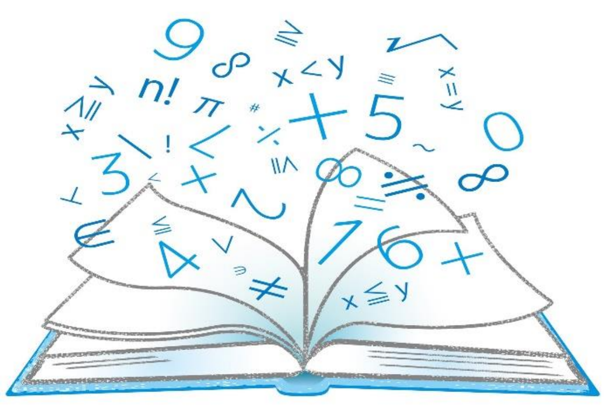
x	$-5{,}5$	0	$5{,}5$
y	-1	0	1

2. $\frac{x}{5{,}5} - \frac{5{,}5}{x} < 0$

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{5{,}5}{x} - \cancel{\frac{x}{5{,}5}} + \cancel{\frac{x}{5{,}5}} + \frac{5{,}5}{x}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{11}{x} = \frac{5{,}5}{x}$$

x	$-5{,}5$	$5{,}5$	1	2	3	-11
y	-1	1	$5{,}5$	$\frac{11}{4}$	$\frac{11}{6}$	$-\frac{1}{2}$

$y = \frac{5{,}5}{2} = \frac{55}{20} = \frac{11}{4}$ $\qquad$ $y = \frac{5{,}5}{3} = \frac{55}{30} = \frac{11}{6}$



Постройте график функции

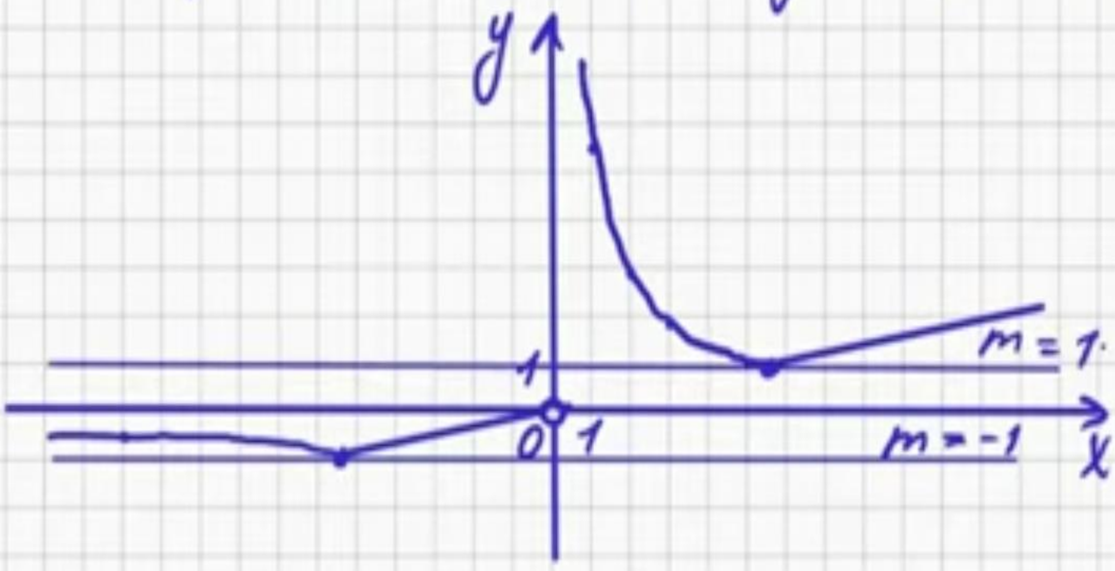
$$y = \frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{5{,}5} - \frac{5{,}5}{x}\right| + \frac{x}{5{,}5} + \frac{5{,}5}{x}\right).$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{5{,}5}{x} - \cancel{\frac{x}{5{,}5}} + \cancel{\frac{x}{5{,}5}} + \frac{5{,}5}{x}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{11}{x} = \frac{5{,}5}{x}$$

x	-5,5	5,5	1	2	3	-11
y	-1	1	5,5	$\frac{11}{4}$	$\frac{11}{6}$	$-\frac{1}{2}$

$$y = \frac{5{,}5}{2} = \frac{55}{20} = \frac{11}{4} \qquad y = \frac{5{,}5}{3} = \frac{55}{30} = \frac{11}{6}$$



Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2}\left(\left|\frac{x}{5,5} - \frac{5,5}{x}\right| + \frac{x}{5,5} + \frac{5,5}{x}\right).$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Пример оформления решения

$D(f)$: $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

1. $\frac{x}{5,5} - \frac{5,5}{x} \geq 0$

$\frac{x^2 - 5,5^2}{5,5x} = 0$

$\begin{cases} x = \pm 5,5 \\ x \neq 0 \end{cases}$

$-$, $+$, $-$, $+$; $-5,5$; $5,5$; x

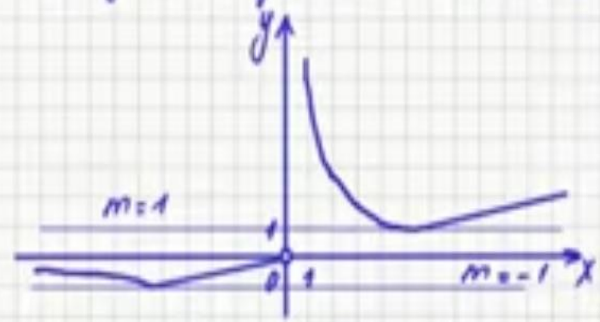
$y = \frac{1}{2}\left(\frac{x}{5,5} - \frac{5,5}{x} + \frac{x}{5,5} + \frac{5,5}{x}\right) = \frac{x}{5,5}$ - прямая, проходит через начало координат

2. $\frac{x}{5,5} - \frac{5,5}{x} < 0$

$+$, $-$; $-5,5$; $5,5$; x

$y = \frac{1}{2}\left(\frac{5,5}{x} - \frac{x}{5,5} + \frac{x}{5,5} + \frac{5,5}{x}\right) = \frac{5,5}{x}$ - гипербола, расположена в 1й и 3й четвертях

$y = \begin{cases} \frac{x}{5,5} & \text{при } x \in [-5,5; 0) \cup [5,5; +\infty) \\ \frac{5,5}{x} & \text{при } x \in (-\infty; -5,5) \cup (0; 5,5) \end{cases}$



y = m - прямая, которая параллельна оси абсцисс или совпадает с ней

При m < -1 прямая y = m не имеет с графиком общих точек

При m = -1 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку

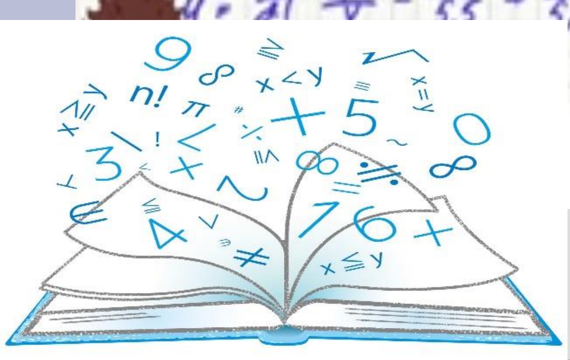
При -1 < m < 0 прямая y = m имеет с графиком две общие точки

При 0 ⩽ m < 1 прямая y = m не имеет с графиком общих точек

При m = 1 прямая y = m имеет с графиком одну общую точку

При m > 1 прямая y = m имеет с графиком две общие точки

Ответ: m = -1; m = 1



Постройте график функции

$$y = \frac{3{,}5\,|x| - 1}{|x| - 3{,}5x^2}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

1. $x \geq 0$

$x - 3{,}5x^2 \neq 0$

$x(1 - 3{,}5x) \neq 0$

$x \neq 0 \quad 1 - 3{,}5x \neq 0$

$x \neq \frac{1}{3{,}5} = \frac{10}{35}$

$x \neq \frac{2}{7}$

2. $x < 0$

$-x - 3{,}5x^2 \neq 0$

$-x(1 + 3{,}5x) \neq 0$

$x \neq 0 \quad 1 + 3{,}5x \neq 0$

$x \neq -\frac{1}{3{,}5} =$

$= -\frac{10}{35} = -\frac{2}{7}$

$D(f): (-\infty; -\frac{2}{7}) \cup (-\frac{2}{7}; 0) \cup (0; \frac{2}{7}) \cup (\frac{2}{7}; +\infty)$

Постройте график функции

$$y = \frac{3{,}5\,|x| - 1}{|x| - 3{,}5x^2}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

$D(y)$: $(-\infty; -\frac{2}{7}) \cup (-\frac{2}{7}; 0) \cup (0; \frac{2}{7}) \cup (\frac{2}{7}; +\infty)$

1. $x > 0$

$$y = \frac{3{,}5x - 1}{x - 3{,}5x^2} = \frac{3{,}5x - 1}{x(1 - 3{,}5x)} = \frac{-\cancel{(1 - 3{,}5x)}}{x\cancel{(1 - 3{,}5x)}} = -\frac{1}{x}$$

x	$\frac{2}{7}$	1	$\frac{1}{2}$	2
y	$-3{,}5$	-1	-2	$-\frac{1}{2}$

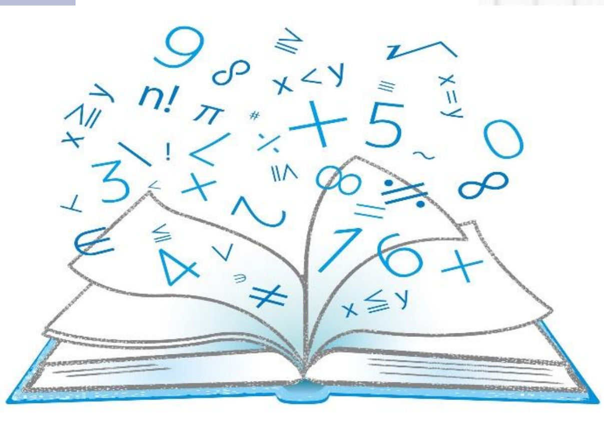
$y = -1 : \frac{2}{7} = -1 \cdot \frac{7}{2}$

2. $x < 0$

$$y = \frac{-3{,}5x - 1}{-x - 3{,}5x^2} = \frac{-\cancel{(3{,}5x + 1)}}{-x\cancel{(1 + 3{,}5x)}} = \frac{1}{x}$$

x	$-\frac{2}{7}$	-1	-2	$-\frac{1}{2}$
y	$-3{,}5$	-1	$-\frac{1}{2}$	-2

$y = 1 : \left(-\frac{2}{7}\right) = 1 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)$



Постройте график функции

$$y = \frac{3{,}5\,|x| - 1}{|x| - 3{,}5x^2}.$$

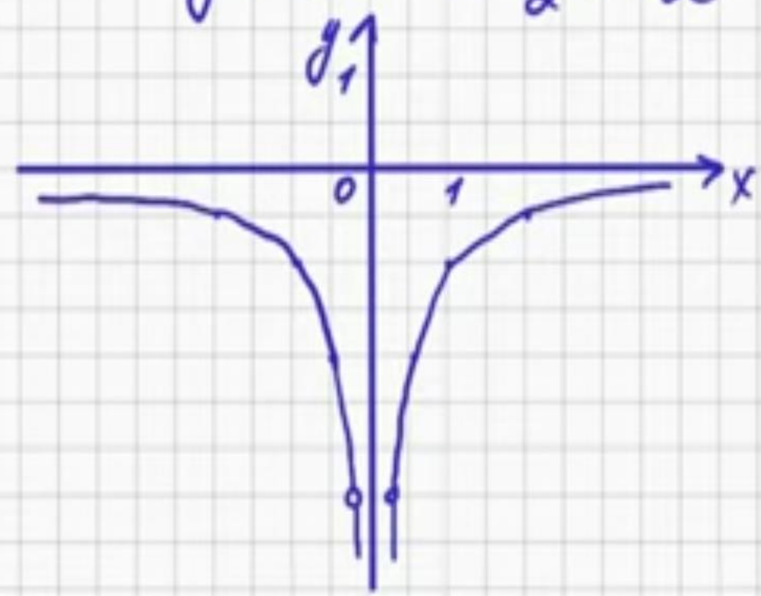
Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

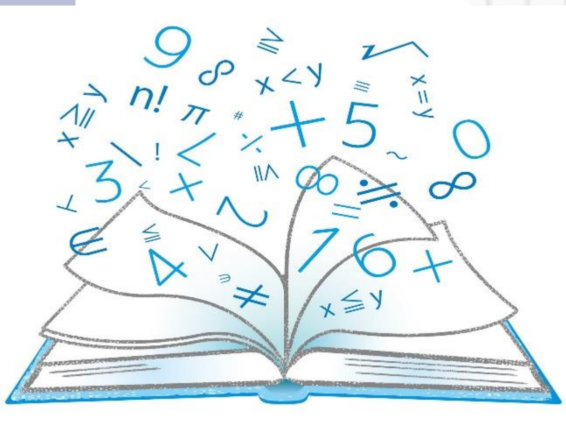
2. $x < 0$

$$y = \frac{-3{,}5x - 1}{-x - 3{,}5x^2} = \frac{-\cancel{(3{,}5x+1)}}{-x\cancel{(1+3{,}5x)}} = \frac{1}{x}$$

x	$-\frac{2}{7}$	-1	-2	$-\frac{1}{2}$
y	$-3{,}5$	-1	$-\frac{1}{2}$	-2

$$y = 1 : \left(-\frac{2}{7}\right) = 1 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)$$



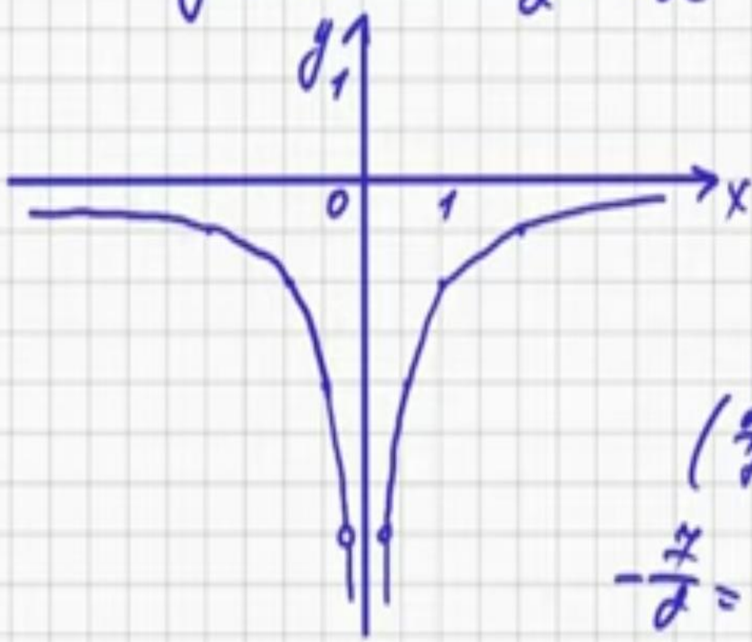


Постройте график функции

$$y = \frac{3{,}5\,|x| - 1}{|x| - 3{,}5x^2}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

$y \mid -3{,}5 \mid -1 \mid -\frac{4}{2} \mid -2$



$= 1\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)$

$k = 0$

$y = 0$

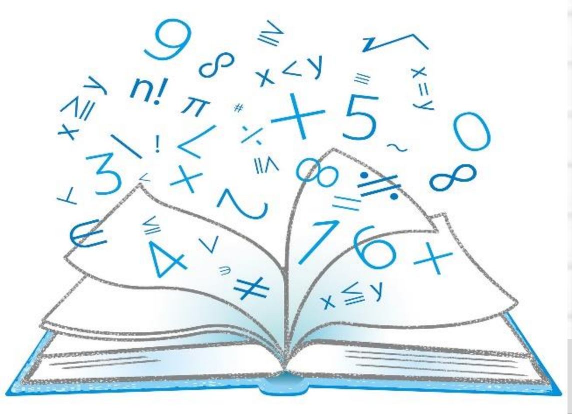
$y = kx$

$\left(\frac{2}{7}; -\frac{7}{2}\right)$ $\left(-\frac{2}{7}; -\frac{7}{2}\right)$

$-\frac{7}{2} = k\cdot\frac{2}{7}$ $-\frac{7}{2} = k\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)$

$k = -\frac{7}{2} : \frac{2}{7} = -\frac{7}{2}\cdot\frac{7}{2} = -\frac{49}{4}$

$k = -\frac{7}{2} : \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{7}{2}\cdot\frac{7}{2} = \frac{49}{4}$



Постройте график функции

$$y = \frac{3{,}5\,|x| - 1}{|x| - 3{,}5x^2}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

Пример оформления решения

$D(f): \left(-\infty; -\frac{2}{7}\right) \cup \left(-\frac{2}{7}; 0\right) \cup \left(0; \frac{2}{7}\right) \cup \left(\frac{2}{7}; +\infty\right)$

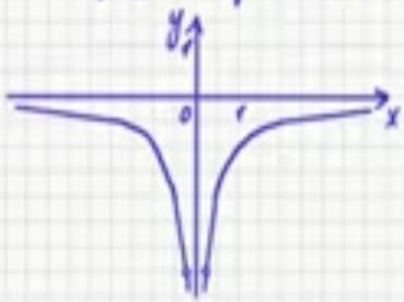
1. $x > 0$

$y = \frac{3{,}5x - 1}{x - 3{,}5x^2} = \frac{3{,}5x - 1}{x(1 - 3{,}5x)} = -\frac{1}{x}$ - гипербола, расположена в 4й четверти

2. $x < 0$

$y = \frac{-3{,}5x - 1}{-x - 3{,}5x^2} = \frac{-(3{,}5x + 1)}{-x(1 + 3{,}5x)} = \frac{1}{x}$ - гипербола, расположена в 3й четверти

$y = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{при } x > 0 \\ \frac{1}{x} & \text{при } x < 0 \end{cases}$



y = kx - прямая, проходящая через начало координат. Она не имеет общих точек с графиком, если она проходит через выколотые точки (-2/7; -3,5) и (2/7; -3,5) или если она совпадает сосью Ох.

1) y = kx совпадает с осью Ох при k = 0

2) Определим значения k, когда прямая y = kx проходит через точки (-2/7; -3,5) и (2/7; -3,5)

$\left[\begin{array}{l} -3{,}5 = -\frac{2}{7}k \\ -3{,}5 = \frac{2}{7}k \end{array}\right. \Rightarrow k = \pm\frac{49}{4}$

Ответ: $k = \pm\frac{49}{4};\ k = 0$