



Текстовая задача в ОГЭ по математике. Как не потерять баллы

Учитель математики
МАОУ СОШ №65 г. Краснодар
Лысякова Светлана Александровна

Выполнение второй части

ОГЭ: выполнение второй части

№ задания	Краткое содержание задания	% выполнения
20	Решение уравнения	14,08
21	Текстовая задача	9,24
24	Геометрическая задача на доказательство	7,41
23	Решение прямоугольного треугольника	7,29
22	Построение графика функции	3,76
25	Геометрическая задача	1,73

- Выполнение задач второй части ОГЭ влияет не только на результаты ЕГЭ профильной математики в будущем, но и на результат базовой. В базовой математике есть та же самая текстовая задача, а текстовую задачу решает только 9% выпускников 9 классов

Задача - объект мыслительной деятельности, содержащий требование некоторого практического преобразования или ответа на теоретический вопрос посредством поиска условий, позволяющих **раскрыть связи** (отношения) между **известными** и **неизвестными** элементами» (Л.Л.Гурова. Психологический анализ задач. - Воронеж, 1976)

Требования к выполнению задания

- Требования к выполнению заданий с развернутым ответом заключается в следующем: решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося.

Критерии оценивания задания 21

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом решение доведено до ответа
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Где можно потерять баллы

- Нет пояснений как получается математическая модель.
- Нет единиц измерений к описываемым в задачах величинам.
- Нет условия по которому составляется уравнение.
- Пропуск отдельных шагов решения (нахождения области допустимых значений переменных, решение уравнения).
- Без каких-либо пояснений «отбрасывают» один из корней уравнения.

1 балл при условии АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ОШИБКИ



Семинар для полного состава предметных комиссий субъектов Российской Федерации по согласованию подходов к оцениванию перед основным периодом проведения ОГЭ

Задание 21. Демонстрационный вариант ОГЭ 2023 года

- 21 Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки равна 6 км/ч?

Решение.

Пусть искомое расстояние равно x км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно $\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{8}\right)$ часа. Из условия задачи следует, что это время равно 3 часам. Составим уравнение: $\frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 3$.

Решив уравнение, получим $x = 8$.

Ответ: 8 км.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена арифметическая ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Комментарии.

Ответом в задании с развернутым ответом являются «решение» и «ответ».

«Арифметическая ошибка» – это ошибка, допущенная при выполнении сложения, вычитания, умножения и деления.

В критериях оценки выполнения задания подчеркивается тот факт, что 1 балл допускается ставить в тех случаях, когда единственная арифметическая ошибка стала причиной того, что неверен ответ.

© все права защищены

Что нам говорят методические рекомендации



Семинар для полного состава предметных комиссий субъектов Российской Федерации по согласованию подходов к оцениванию перед основным периодом проведения ОГЭ

В экзаменационной модели используется система оценивания заданий с развёрнутым ответом, основанная на следующих принципах.

1. Возможны различные способы и записи развёрнутого решения. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений экзаменуемого. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не недочёты по сравнению с «эталонным» решением.

2. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок математические факты, содержащиеся в учебниках, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего образования.

Как проверяет работу эксперт



ФИПИ

Семинар для полного состава предметных комиссий субъектов Российской Федерации по согласованию подходов к оцениванию перед основным периодом проведения ОГЭ

Задание 21

План проверки:

- правильности записи условия;
- правильности ответа;
- правильности составления и обоснования математической модели;
- выполнение алгоритма решения;
- определение типа ошибки;
- выставление баллов.

Ошибка № 1

№ авто	Скор.	Время	Расстояние
I авто	$x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$	$\frac{240}{x}$ ч	240 км
II авто	$x-20 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$	$\frac{240}{x-20}$ ч	240 км

$$\frac{240}{x-20} - \frac{240}{x} = 1$$

$$\frac{240x - 240(x-20) - 240 \cdot 20}{x(x-20)} = 1$$

- Нет пояснений как получается математическая модель. **Не указано условие для составления уравнения**

о баллов!

21 Пусть x - Владки (км/ч)
 тогда $x+4$ - Вла по течению (км/ч)
 $x-4$ - Вла против течения (км/ч)

$$\frac{44}{x-4} - \frac{44}{x+4} = 2$$

$$\frac{44}{x-4} - \frac{44}{x+4} - 2 = 0$$

$$\frac{44(x+4) - 44(x-4) - 2(x^2-16)}{(x-4)(x+4)} = 0 \quad \text{O.D.3.: } x \neq 4$$

$$44x + 308 - 44x + 308 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$-2x^2 + 32 + 616 = 0$$

$$2x^2 = 648$$

$$x^2 = 324$$

$x_1 = 18$ $x_2 = -18$ (не подходит по смыслу)

18 км/ч - Владки

Ответ: 18 км/ч

21	См	Вла	
1	240	$x+20$	
2	240	x	

$$\frac{240}{x} - \frac{240}{x+20} = 1$$

0 баллов

22. Пусть x — скорость (км/ч), тогда $x+20$ км/ч.

	s	t	l
1)	$x+20$	240	$\frac{240}{x+20} + 1$
2)	x	240	$\frac{240}{x}$

Составим и решим уравнение:

$$\frac{240}{x+20} + 1 = \frac{240}{x}$$

$$\frac{240 + x^2 + 20x - 240x - 4800}{x(x+20)} = 0$$

$$\frac{x^2 + 20x - 4800}{x(x+20)} = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + 20x - 4800 = 0 \\ x(x+20) \neq 0 \end{cases}$$

$$x^2 + 20x - 4800 = 0$$

по теореме:

$$x_1 = -50 \text{ не уст. по условию}$$

$$x_2 = 60$$

значит скорость = 60 км/ч

2) $60 + 20 = 80$ км/ч — скорость

ответ: 80 км/ч

Два автомобиля одновременно отправляются в 240-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 20 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

Решение.

Пусть скорость первого автомобиля v км/ч, тогда скорость второго автомобиля $v - 20$ км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{240}{v-20} - \frac{240}{v} = 1; 240v - 240v + 4800 = v^2 - 20v; v^2 - 20v - 4800 = 0.$$

откуда $v = 80$.

Ответ: 80 км/ч.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задан верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущены арифметическая ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

- Ребёнок допускает логическую ошибку при составлении таблицы к задаче.

Рассмотрение частного случая (0 баллов)

№ 21

	S (км)	v (км/ч)	t (ч)
I →	2	x	$\frac{2}{x}$
II →	2	56	$\frac{1}{56}$
		x+9	$\frac{1}{x+9}$

В.к. I автомобиль одновременно приехал со II автомобилем, то:

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{56} + \frac{1}{x+9} \quad | \cdot 56(x+9) \quad \text{ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -9$$

$$56 \cdot 2(x+9) - x(x+9) - 56x = 0$$

$$112x + 1008 - x^2 - 9x - 56x = 0$$

$$x^2 - 47x - 1008 = 0$$

$$D = 2209 + 4032 = 6241 = 79^2 \Rightarrow x_1 = \frac{47+79}{2} = 63$$

$x_2 = \frac{47-79}{2} = -16$ - не подходит

63 (км/ч) - v первого автомобиля.

Ответ: 63 км/ч.

Задание 21. Пример 1. Работа 1

№ 21 с 2021 года

Путь, пройденный автомобилем, зависит от скорости. Известно, что в городе ...

Решение:

Путь, пройденный автомобилем в городе, равен 2 км. Если скорость автомобиля ...

Время: I: $\frac{2}{x}$, II: $\frac{1}{56} + \frac{1}{x+9}$

Уравнение: $\frac{2}{x} = \frac{1}{56} + \frac{1}{x+9}$

Решение: $x^2 - 47x - 1008 = 0$

$x_1 = 63$, $x_2 = -16$

Ответ: 63 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Полное решение задачи верным, логичным способом
1	Полное решение задачи верным, но с ошибками в оформлении или с ошибками в вычислениях
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

0 баллов

Ошибка в решении уравнения (о баллов)

21.

Пусть x км/ч - собственная скорость лодки, тогда
 $(x-1)$ км/ч - скорость лодки против течения реки,
 тогда $(x+1)$ км/ч - скорость лодки по течению реки.

$$\sum_{\text{по теч}} V_{\text{лодки}} \cdot t_{\text{ч}} = \frac{255}{x+1}$$

$$\sum_{\text{против течения}} V_{\text{лодки}} \cdot t_{\text{ч}} = \frac{255}{x-1}$$

$$\frac{255}{x-1} - \frac{255}{x+1} = 2 \quad x-1 \neq 0, x+1 \neq 0$$

$$\frac{255x + 255 - 255x + 255 - 2(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = 0$$

Если дробь равна 0, то числитель равен 0.

$$255x + 255 - 255x + 255 - 2x^2 + 2 = 0$$

$$510 - 2x^2 + 2 = 0 \quad | :2$$

$$255 - x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = 256$$

$x = 16$ Ответ: собственная скорость лодки равна 16 км/ч

21	$S_{\text{л}} \text{ км}$	$V_{\text{л}} \text{ км/ч}$	
1	240	$x+20$	
2	240	x	

$$\frac{240}{x} - \frac{240}{x+20} = +1$$

$$\frac{240x - 240x + 4800 - x^2 - 20x}{x^2 + 20x} = 0$$

$$\frac{-x^2 - 20x + 4800}{x^2 + 20x} = 0 \quad | \cdot (x^2 + 20x); \text{ ODS: } x \neq 0, x \neq -20$$

$$-x^2 - 20x + 4800 = 0$$

$$D = 400 - 4 \cdot (-1) \cdot 4800 = 400 + 19200 = 19600 = 140^2$$

$$x_1 = \frac{20 + 140}{-2} = \frac{160}{-2} = -80 \text{ (не удов. усл. зад.)}$$

$$x_2 = \frac{20 - 140}{-2} = \frac{-120}{-2} = +60$$

Ответ:

$$V_1 = 80 \text{ км/ч} \quad \text{Ответ: } V_2 = 60 \text{ км/ч}$$

2 балла

[21] $x > 0$

Пусть x (км/ч) - скорость 2-го велосипедиста
 Тогда $x+9$ (км/ч) - скорость 1-го велосипедиста.
 Составим таблицу:

	S , км	v , км/ч	t , ч
I велосипедист	112	$x+9$	$\frac{112}{x+9}$
II велосипедист	112	x	$\frac{112}{x}$

Зная, что I велосипедист прибыл к финишу на 4 часа раньше, составим уравнение:

$$\frac{112}{x} - \frac{112}{x+9} = 4 \quad | \cdot x(x+9) \quad \begin{cases} x \neq 0 \\ x+9 \neq 0 \end{cases}$$

$$112(x+9) - 112x - 4x(x+9) = 0 \quad | :4 \quad \begin{cases} x \neq -9 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$-28(x+9) + 28x + x(x+9) = 0$$

$$x^2 + 9x - 28x - 252 + 28x = 0$$

$$x^2 + 9x - 252 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 81 - 4 \cdot 1 \cdot (-252) = 81 + 4 \cdot 252 = 81 + 1008 = 1089$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-9 \pm 33}{2 \cdot 1} = \frac{24}{2} = 12$$

$$x_2 = \frac{-9 - 33}{2 \cdot 1} = \frac{-42}{2} = -21, \quad x \neq -21$$

$|x > 0, x - \text{скорость}$

Ответ: 12 (км/ч) - скорость велосипедиста пришедшего к финишу вторым.

При изменении места вопроса и привнесении дополнительных данных ответа №2

План проверки:

- правильности записи условия;
- правильности ответа;
- правильности составления и обоснования математической модели;
- выполнение алгоритма решения;
- определение типа ошибки;
- выставление баллов.

Разные оформления



Семинар для полного состава предметных комиссий субъектов Российской Федерации по согласованию подходов к оцениванию перед основным периодом проведения ОГЭ

Задание 21. Пример 1. Работа 1

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 200 \text{ км} & V_1 &= 50 \text{ км/ч} \\
 S_2 &= 180 \text{ км} & V_2 &= 90 \text{ км/ч} \\
 S_3 &= 180 \text{ км} & V_3 &= 45 \text{ км/ч} \\
 t_{\text{ср}} &= \frac{S_{\text{всего}}}{v_{\text{ср}}} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3} \\
 t_1 &= \frac{200 \text{ км}}{50 \text{ км/ч}} = 4 \text{ ч} \\
 t_2 &= \frac{180 \text{ км}}{90 \text{ км/ч}} = 2 \text{ ч} \\
 t_3 &= \frac{180 \text{ км}}{45 \text{ км/ч}} = 4 \text{ ч} \\
 v_{\text{ср}} &= \frac{200 \text{ км} + 180 \text{ км} + 180 \text{ км}}{4 \text{ ч} + 2 \text{ ч} + 4 \text{ ч}} = \frac{560}{10} = 56 \text{ км/ч} \\
 \text{Ответ: } &56
 \end{aligned}$$

Первые 200 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 180 км — со скоростью 90 км/ч, а последние 180 км — со скоростью 45 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Ответ: 56 км/ч.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена арифметическая ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

2 балла

25/86



Семинар для полного состава предметных комиссий субъектов Российской Федерации по согласованию подходов к оцениванию перед основным периодом проведения ОГЭ

Задание 21. Пример 1. Работа 2

№ 21

Пусть время, затраченное автомобилем на I участок пути = a , а время, затраченное на II участок = b , а на III = c . Тогда составим математическую модель.

	t , ч	S , км	V , км/ч
I	$a = \frac{200}{50}$	200	50
II	$b = \frac{180}{90}$	180	90
III	$c = \frac{180}{45}$	180	45
Итого	$a + b + c$	$200 + 180 + 180$	$\frac{200 + 180 + 180}{a + b + c}$

Пусть средняя скорость = x , тогда составим уравнение

$$x = \frac{200 + 180 + 180}{\frac{200}{50} + \frac{180}{90} + \frac{180}{45}} = \frac{560}{\frac{4}{1} + \frac{2}{1} + \frac{4}{1}} = \frac{560}{10} = 56$$

Ответ: 56

Первые 200 км автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующие 180 км — со скоростью 90 км/ч, а последние 180 км — со скоростью 45 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Ответ: 56 км/ч.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена арифметическая ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

2 балла

76/86

© все права защищены

2 балла

Примеры оценивания

№ 22. ~~Пусто~~
Найти: $\frac{1}{x+y+z}$.

	Минут Продукт	Время	Работа
Илья	x	$\frac{1}{x}$	1
Паша	y	$\frac{1}{y}$	1
Ваня	z	$\frac{1}{z}$	1

① $\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 14 \\ \frac{1}{y+z} = 15 \\ \frac{1}{x+z} = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{14} \\ y+z = \frac{1}{15} \\ x+z = \frac{1}{30} \end{cases}$

② $\begin{cases} x+y = \frac{1}{14} \\ y = \frac{1}{15} - z \\ x = \frac{1}{30} - z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{15} - z + \frac{1}{14} - z = \frac{1}{14} \\ \frac{2}{30} - 2z = \frac{1}{14} \\ 2z = \frac{2}{14} - \frac{1}{30} = \frac{30-14}{420} = \frac{16}{420} \\ z = \frac{2}{105} \end{cases}$

③ $y = \frac{1}{15} - \frac{2}{105} = \frac{70-20}{1050} = \frac{50}{1050} = \frac{1}{21}$

④ $x = \frac{1}{30} - \frac{2}{105} = \frac{7-4}{210} = \frac{3}{210} = \frac{1}{70}$

⑤ $\frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{\frac{1}{70} + \frac{1}{21} + \frac{2}{105}} = \frac{1}{\frac{3+10+4}{210}} = \frac{210}{17} = \frac{30}{6}$

В 1 часе 60 минут, тогда $\frac{30}{6} \cdot 60 = 700$ мин.
Ответ: 700 мин.

- № 22
- 1) Если работа, которую нужно сделать во всем объеме равна 1.
 - 2) Если производительность труда Илья - x , Паша - y , а Ваня - z
 - 3) Если: производительности труда Илья и Паша $\frac{1}{x+y} = \frac{1}{14}$ Илья и Ваня - $\frac{1}{x+z} = \frac{1}{30}$ Паша и Ваня - $\frac{1}{y+z} = \frac{1}{15}$ минут!
 - 4) Выпишем систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y = \frac{1}{14} \\ y+z = \frac{1}{15} \\ x+z = \frac{1}{30} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x+y &= \frac{1}{14} \\ x+y &= \frac{1}{14} - y \\ x &= \frac{1}{14} - y \\ x &= \frac{1}{14} - y \\ x+z &= \frac{1}{30} \\ \frac{1}{14} - y + z &= \frac{1}{30} \\ z - y &= \frac{1}{30} - \frac{1}{14} = \frac{7-5}{210} = \frac{2}{210} = \frac{1}{105} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y+z &= \frac{1}{15} \\ z - y &= \frac{1}{105} \\ z &= \frac{1}{15} + y \\ \frac{1}{15} + y + y &= \frac{1}{105} \\ 2y &= \frac{1}{105} - \frac{1}{15} = \frac{1-7}{1050} = -\frac{6}{1050} \\ y &= -\frac{1}{175} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{14} - y = \frac{1}{14} + \frac{1}{175} = \frac{12.5+2}{175} = \frac{14.5}{175} = \frac{29}{350} \\ z &= \frac{1}{15} - y = \frac{1}{15} + \frac{1}{175} = \frac{11.6+1}{175} = \frac{12.6}{175} = \frac{63}{875} \\ x+z &= \frac{29}{350} + \frac{63}{875} = \frac{116+36}{1750} = \frac{152}{1750} = \frac{76}{875} \neq \frac{1}{30} \end{aligned}$$

5) Сделаем обратную производительность для каждого:
 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{14}$ - Илья, а $\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{15}$
6) Время t за которое они выполнят работу:
 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{t}$
 $\frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{30} = \frac{1}{t}$
Ответ: за 300 минут сделают прокладку забора, работая втроем.

Анализ текста задачи

- Внимательное чтение задачи.
- Первичный анализ текста: выделение вопроса задачи и ее условия.
- Оформление краткой записи текста задачи.
- Выполнение чертежей, рисунков по тексту задачи.



В чём секрет успеха

Основные типы задач в ОГЭ

- ✓ Задачи на движение.
- ✓ Задачи на работу.
- ✓ Задачи на смеси и сплавы.
- ✓ Задачи на проценты.

Основными типами задач на движение являются следующие

- 1) задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку);
- 2) задачи на движение по замкнутой трассе;
- 3) задачи на среднюю скорость;
- 4) задачи на движение протяжённых тел;
- 5) задачи на движение по воде.

Расстояние между городами А и В равно 580 км. Из города А в город В со скоростью 80 км/ч выехал автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Через сколько часов после выезда второго автомобиля автомобили встретятся?

Решение.

1) Находим какое расстояние до выезда второго автомобиля проедет первый.

Поскольку он будет в пути 2 часа получим:

$$80 \cdot 2 = 160 \text{ (км.)}$$

2) Найдем расстояние между автомобилями через 2 часа, после того, как выедет первая машина.

$$580 - 160 = 420 \text{ (км.)}$$

3) Определим, с какой скоростью машины будут двигаться навстречу друг другу, т.е скорость сближения.

$$80 + 60 = 140 \text{ (км/ч.)}$$

4) Найдем время, за которое машины встретятся.

Делим 420 км на скорость сближения.

$$420 : 140 = 3 \text{ (ч.)}$$

Ответ. Машины встретятся через 3 часа после выезда 2 автомобиля.

Решение.

1) $80 \cdot 2 = 160$ (км) – проехал первый автомобиль

2) $(580 - 160) : (80 + 60) = 3$ (ч)

Ответ: 3 ч

Два пешехода отправляются из одного и того же места в одном направлении на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 200 метрам?

Решение.

Скорость первого относительно второго: $V_1 - V_2 = 1$
км/ч

$$200\text{м} = 0,2\text{км.};$$

$$t = 0,2 : 1 = 0,2(\text{ч})$$

$$0,2 \text{ часа} = 12 \text{ минут}$$

Ответ. Через 12 минут расстояние между пешеходами станет равным 200 метрам.

2 способ решения.

Решение.

Переведем скорость одного из пешеходом в метры.

1 км = 1000 метров. 1 час = 60 минут.

Следовательно, скорость пешехода будет 1000 метров за 60 минут.

Составим пропорцию для решение данной задачи. Через x обозначим время, за которое пешеход пройдет двести метров.

1000 метров - 60 минут.

200 метров - x минут.

Решим пропорцию, выполнив "накрест" умножение, а результат разделим на 1000.

$$x = (200 \cdot 60) / 1000.$$

$$x = 12 \text{ минут.}$$

Ответ. Расстояние между пешеходами станет равным двести метров через 12 минут.

Когда не дано расстояние

- Можно взять весь путь за S

21. Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 54 км/ч, а вторую — со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Расстояние, км	Скорость, км/ч	Время, ч
S	54	$\frac{S}{54}$
S	90	$\frac{S}{90}$
$2S$		$\frac{S}{54} + \frac{S}{90}$

$$V_{\text{ср}} = \frac{2S}{\frac{S}{54} + \frac{S}{90}} = 67,5.$$

Ответ: 67,5 км/ч.

Типичная ошибка – находят среднюю скорость как среднее арифметическое скоростей на каждом участке.

Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 20 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолёте со скоростью 480 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение.

Чтобы найти среднюю скорость на протяжении пути, нужно весь путь разделить на все время движения. Пусть $(2s)$ км - весь путь путешественника, тогда средняя скорость равна:

$$2s : \left(\frac{s}{20} + \frac{s}{480} \right) = 2s : \frac{24s + s}{480} = 2s : \frac{25s}{480} = 38,4 \text{ (км/ч.)}$$

Поэтому средняя скорость путешественника 38,4 км/ч.

Ответ: 38,4 км/ч.

Движение по воде

От лесоповала вниз по течению реки движется со скоростью 3 км/ч плот. Плотовщик доплывает на моторке из конца плота к его началу и обратно за 16 минут 40 секунд. Найдите длину плота, если собственная скорость моторки равна 15 км/ч. Ответ дайте в километрах.

Решение.

Пусть длина плота (x) км. Тогда скорость моторки по течению 18 км/ч, а против течения 12 км/ч. Так как

$$16 \text{ минут } 40 \text{ секунд} = \frac{5}{18} \text{ часа, то } \frac{x}{18} + \frac{x}{12} = \frac{5}{18}$$

$$2x + 3x = 10;$$

$$5x = 10;$$

$$x = 2.$$

Итак, 2 км- длина плота.

Ответ: 2 км.

Для наглядности некоторые задачи лучше решать через таблицу.

Алгоритм решения:

- Введем неизвестную величину.
- Составим краткую запись в виде таблицы, где разместим данные в графы: скорость, время, расстояние.
- Выясняем, на какой вид движения эта задача.
- Используя условие, формулы времени или скорости, выражаем через неизвестную величину все остальные.
- Исходя из условия, составляем равенство и преобразуем его.
- Решаем уравнение.
- Определяем величины, которые еще нужно найти.
- Записываем ответ.

Задачи на работу

Работу характеризуют три компонента действия:

- Время работы
- Объем работы
- Производительность (количество произведенной работы в единицу времени).

Существует следующее соотношение между этими компонентами:

- $\text{Объем работы} = \text{время работы} \cdot \text{производительность}$

Задачи на совместную работу	Задачи на движение
A (работа)	S (расстояние)
P (производительность)	V (скорость)
t (время)	t (время)

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее чем первая труба.

Пусть x л/мин воды пропускает вторая труба, тогда первая труба пропускает $(x - 1)$ л/мин.

	A (S), л	P (V), л/мин	t, мин
Первая	110	$x-1$	$110/(x-1)$
Вторая	110	x	$110/x$

Известно, что резервуар объемом 110 литров первая труба заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба, отсюда имеем: на 1 минуту.

Составим и решим уравнение: $\frac{110}{x-1} - \frac{110}{x} = 1 \mid \cdot x(x-1) \neq 0$
 $x \neq 0, x \neq 1$

$$110x - 110(x-1) = x(x-1)$$

$$110x - 110x + 110 = x^2 - x$$

$$x^2 - x - 110 = 0$$

$$\begin{cases} x = -10 \\ x = 11 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \neq 0 \\ x \neq 1 = \text{посторонних корней нет.} \\ x = -10 \\ x = 11 \end{array} \right.$$

Т.к $P(x) \geq 0$, то условию задачи удовлетворяет корень уравнения: $x = 11$.
Итак, 11 л/мин воды пропускает вторая труба.

Ответ. 11 л/мин .

На изготовление 416 деталей первый рабочий тратит на 10 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 546 таких же деталей. Известно, что первый рабочий делает за час на 5 деталей больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

Пусть (x) деталей в час делает первый рабочий.

	A , всего деталей	P , дет/ч	t , ч
I	416	x	$416/x$
II	546	$x-5$	$546/(x-5)$

Известно, что первый рабочий тратит на 10 часов меньше, чем второй рабочий, отсюда имеем: $\frac{546}{x-5} > \frac{416}{x}$ на 10 ч.

Составим и решим уравнение: $\frac{546}{x-5} - \frac{416}{x} = 10 \mid \cdot x(x-5) \neq 0$
 $x \neq 0, x \neq 5$

$$546x - 416x + 2080 = 10x^2 - 50x$$

$$10x^2 - 180x - 2080 = 0$$

$$x^2 - 18x - 208 = 0$$

$$\begin{cases} x = 26 \\ x = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 5 \end{cases} \Rightarrow \text{посторонних корней нет.} \\ \begin{cases} x = -8 \\ x = 26 \end{cases} \end{cases}$$

Т.к количество деталей- число положительное, то условию задачи удовлетворяет корень уравнения: $x = 26$.

Итак, 26 деталей в час делает первый рабочий.

Ответ. 26 деталей .

Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая вместе ?

Пусть 1 –вся работа.

$$P=A/t$$

Здесь работают трое, переменных в этой задаче будет три.

Пусть x — производительность Игоря, y — производительность Паши, а z — производительность Володи. Работа равна единице.

	A – объем работы	P-производительность	t-время
$x+y$	1	$1/9$	9
$y+z$	1	$1/12$	12
$x+z$	1	$1/18$	18
$x+y+z$	1	$1/?$?

Игорь и Паша красят забор за 9 часов. При совместной работе производительности складываются. Запишем уравнение $(x+y) 9=1$.

Игорь и Володя красят забор за 12 часов, аналогично: $(y+z) 12=1$.

Володя и Игорь красят забор за 18 часов, значит: $(x+z) 18=1$.

Имеем три уравнения с тремя неизвестными. Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = \frac{1}{9} \\ y + z = \frac{1}{12} \\ x + z = \frac{1}{18} \end{cases}$$

В данном случае можно вычислять переменные по отдельности, но лучше сложить все три уравнения. Получим, что:

$$2(x + y + z) = \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18}$$

$$2(x + y + z) = \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36}$$

$$2(x + y + z) = \frac{9}{36}$$

$$x + y + z = \frac{9}{72}$$

$$x + y + z = \frac{1}{8}$$

Значит, работая втроем, Игорь, Паша и Володя красят за час одну восьмую часть забора. Таким образом, весь забор они покрасят за 8 часов.

Ответ: 8ч.

Задачи на «концентрацию», на «смеси и сплавы»

В задачах этого типа обычно присутствуют три величины, соотношение между которыми позволяет составлять уравнение:

- концентрация (доля чистого вещества в смеси);
- количество чистого вещества в смеси (или сплаве);
- масса смеси (сплава).

Соотношение между этими величинами следующее:

- $\text{масса смеси} \cdot \text{концентрация} = \text{количество чистого вещества}$

Схему оформляют в виде прямоугольников, разделённых пополам.

Имеется два сплава . Один сплав содержит 15% меди, а другой 65% меди. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% меди?

Решение.

Пусть (x) кг-масса первого сплава.

%		кг		%		кг		%		кг
15		x	+	65		200-x	=	30		200

Составим и решим уравнение:

$$0,15x + 0,65 \cdot (200-x) = 0,3 \cdot 200$$

$$0,15x + 130 - 0,65x = 60$$

$$-0,5x = 60 - 130$$

$$-0,5x = -70$$

$$x = 140.$$

Итак, первого сплава нужно взять 140 кг, тогда

200- 140= 60(кг) нужно взять второго сплава.

Ответ. 140 кг, 60 кг.

2 способ решения.

Пусть (x) кг-масса первого сплава, (y) кг-масса второго сплава.

%	кг		%	кг	=	%	кг
15	x	+	65	y		30	200

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 0,15x + 0,65y = 0,3 \cdot 200 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

$$x = 200 - y$$

$$0,15 \cdot (200 - y) + 0,65y = 60$$

$$30 - 0,15y + 0,65y = 60$$

$$0,5y = 30$$

$$y = 30 : 0,5$$

$$y = 60.$$

$$x = 200 - 60 = 140.$$

Итак, первого сплава нужно взять 140 кг, второго - 60 кг.

Ответ. 140 кг, 60 кг.

В сосуд, содержащий 5 литров 27-процентного водного раствора вещества, добавили 4 литра воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

Пусть (x) %- концентрация получившегося раствора.

%	л		%	л		%	л
27	5	+	0	4	=	x	9

Составим и решим уравнение:

$$0,27 \cdot 5 + 4 \cdot 0 = 0,09x$$

$$0,09x = 1,35$$

$$x = 1,35 : 0,09$$

$$x = 15.$$

Итак, 15% -концентрация получившегося раствора.

Ответ. 15%.

Задачи на проценты

Процентом числа называется его сотая часть.

Решение задач на проценты сводится к основным трем действиям с процентами:

- нахождение процентов от числа;
- нахождение числа по его процентам;
- нахождение процентного отношения чисел.

На пост главы администрации города претендовало три кандидата: Журавлёв, Зайцев, Иванов. Во время выборов за Иванова было отдано в 2 раза больше голосов, чем за Журавлёва, а за Зайцева — в 3 раза больше, чем за Журавлёва и Иванова вместе. Сколько процентов голосов было отдано за победителя?

Решение.

Заметим, что победителем на выборах окажется Зайцев.

Пусть (x) – количество процентов голосов, отданных за Иванова и Журавлёва.
 $(3x)$ - за Зайцева .

Составляем и решаем уравнение:

$$x + 3x = 100$$

$$4x = 100$$

$$x = 100:4$$

$$x = 25.$$

Итак, 25% голосов отдано за Иванова и Журавлёва.

$25 \cdot 3 = 75(\%)$ - за Зайцева .

Ответ. За победителя Зайцева было отдано 75 % голосов.

Задачи на процентное содержание влаги

Свежие фрукты содержат 93% воды, а высушенные — 16%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 21 кг высушенных фруктов?

Решение.

Заметим, что при сушке фруктов вода испаряется, поэтому необходимо рассматривать не количество воды, а количество питательного вещества, которое остается неизменным.

Пусть x кг требуется свежих фруктов.

Свежие фрукты содержат $100\% - 93\% = 7\%$ питательного вещества, а высушенные — $100\% - 16\% = 84\%$.

Тогда сухая часть в них (полностью без воды) составит $(0,07x)$ кг.

Сухая часть в 21 кг высушенных фруктов составит $(0,84 \cdot 21)$ кг.

Составим уравнение: $0,07x = 0,84 \cdot 21$

Решив уравнение, получим $x=252$.

Ответ: 252 кг.

Типичные ошибки при выполнении 21 задания

- Неверное составление уравнения (системы уравнений). Причина: неверное понимание условия задачи.
- Время переводится из секунд в часы, но допускаются ошибки.
- Не выполнен перевод единиц измерения.
- Не выполнен перевод в ответе в нужные единицы измерения (км в м).
- Вычислительная ошибка($-7+5=2$ не является вычислительной ошибкой)

Рекомендации для учащихся:

- Если не владеете символикой, не используйте ее.
- Очень важно то, что вы пишете в ответ. Ответ писать с наименованием величины.
- Учиться приемам самопроверки.

Способы проверки решения задачи

- Самый элементарный – прикидка ответа (установление границ искомого числа). Прикидка позволяет заметить неправильность рассуждения, несоответствие между величинами, но для многих задач не применим.
- Самый полезный, универсальный – составление и решение обратной задачи. Этот способ проверки развивает мышление, рассуждение, но громоздкий и отнимает много времени.
- Самый надежный способ проверки – решение задачи другим способом.

Спасибо за внимание !