

**Особенности
оформления текстовых
задач повышенного и
высокого уровня
сложности**

Задание ОГЭ №21

Учитель математики МАОУ СОШ №85 г. Краснодар Саламаха Н.С.

Требования к решению и оформлению задания №21

- ❑ Решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений обучающегося. Оформление решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований, а в остальном может быть произвольным. Не следует требовать от учащихся слишком подробных комментариев (описания алгоритмов).
- ❑ Задания считаются выполненными верно и оцениваются в **2 балла**, если экзаменуемый
 - ✓ выбрал верный путь решения,
 - ✓ из письменной записи решения понятен ход его рассуждений,
 - ✓ получен верный ответ.
- ❑ Если в решении допущена **ошибка непринципиального характера** (вычислительная, погрешность в терминологии или символике и др.), не влияющая на правильность общего хода решения (даже при неверном ответе), то обучающемуся выставляется **1 балл**.

Критерии оценивания

- Не являются эталоном оформления решения задачи, они указывают ключевые моменты решения для экспертов.
- Критерии разработаны применительно к одному из возможных решений, а именно, к тому, которое описано в рекомендациях. При наличии в работах учащихся других решений критерии вырабатываются предметной комиссией с учетом описанного общего подхода.
- Решения учащихся могут содержать недочеты, не отраженные в критериях, но которые, тем не менее, позволяют оценить результат выполнения задания положительно. В подобных случаях решение о том, как квалифицировать такой недочет, принимает предметная комиссия.

Задание 21. Решение задачи

- ❑ При решении любой задачи необходимо либо сделать **полное объяснение, прокомментировать введение переменной и всех величин математической модели при составлении уравнения или заполнить таблицу, обязательно прописывая измерения величин.** В таблице должны быть указаны все необходимые обозначения: переменные, математические символы, единицы измерения; строки и столбцы должны быть все заполнены верно.
- ❑ При решении задачи с помощью дробно-рационального уравнения **обязательно нужно указать ОДЗ.**
- ❑ При решении задачи с помощью квадратного уравнения **обязательно нужно прописать нахождение корней** (решить данное уравнение), **а не просто записать корни уравнения.**
- ❑ При решении квадратного уравнения, именно в задачах, с помощью теоремы Виета, **необходимо проверить,** действительно ли эти числа являются корнями данного уравнения.
- ❑ При решении задач, связанных с нахождением скорости или производительности **нельзя вводить единицу,** нужно ввести переменную (например, обозначить работу буквой A , путь - буквой S).

Все задачи №21 можно разбить на следующие виды:

- на движение,
- на работу,
- на проценты.

Арифметическая ошибка – это ошибка, допущенная при выполнении сложения, вычитания, умножения или деления. К вычислительным ошибкам не относятся ошибки в формулах при решении квадратного уравнения, действиях с числами с разными знаками, упрощении выражений со степенями и корнями и т.д.

Критерии оценивания

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Ход решения задачи верный, получен верный ответ | 2 |
| Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена арифметическая ошибка | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| <i>Максимальный балл</i> | 2 |

Типичные ошибки:

Задание 21

1. Место нахождения скорости сближения при встречном движении – сумма, пишут разность;
2. Перевод единиц измерения;
3. Неправильные формулы;
4. Отсутствие перехода от расстояния пройденного поездом к длине поезда;
5. Нет краткой записи (схемы, таблицы, единиц измерения);
6. Приближенные значения;
7. Вычислительные ошибки (сокращение дробей).

Решение оценивается в 1 балл:

- Допущена вычислительная ошибка или описка, но с ее учетом решение доведено до конца.
- Не найдено ОДЗ или допущена ошибка в ОДЗ.
- Нет проверки корней, если это не привело к неверному результату.
- Нет единиц измерения.
- Если все решил верно, но не выписал ответ.
- В задаче на движение выписал 2 скорости в ответ вместо одной.
- Графическое решение приведено без достаточного обоснования.

0 баллов

- Нет обоснования к уравнению.
- Нет нигде единиц измерения.
- Решение не доведено до конца.
- Имеется более одной вычислительной ошибки или описки.
- В ответ записана не та величина.
- Найден только один корень уравнения.

Требования к оформлению текстовой задачи на движение или работу:

1. Указать, что мы берём за переменную.
2. Заполнить таблицу или привести подробное описание.
3. В этой таблице или после неё необходимо написать какие величины сравниваются, чтобы было понятно, откуда появилось уравнение.
4. После этого составить уравнение и решить его правильно.
5. Записать ответ.

Оформление задач на нахождение скорости при движении по реке

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Решение.

Пусть скорость моторной лодки в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

против течения реки скорость лодки $v - 4$ км/ч, время $\frac{77}{v - 4}$ ч;

по течению реки скорость лодки $v + 4$ км/ч, время $\frac{77}{v + 4}$ ч;

время движения лодки против течения на 2 ч больше времени движения по

течению, тогда получаем уравнение: $\frac{77}{v - 4} - \frac{77}{v + 4} = 2$.

$$77v + 308 - 77v + 308 = 2v^2 - 32 \text{ при } v \neq \pm 4.$$

$v^2 = 324$, $v = -18$ или $v = 18$; оба корня $v = -18$ и $v = 18$ удовлетворяют условию $v \neq \pm 4$.

Корень $v = -18$ не удовлетворяет условию задачи (скорость – величина положительная), корень $v = 18$ удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 18 км/ч.

Образец оформления задачи на движение по реке:

Пусть x км\ч- скорость моторной лодки в стоячей воде.

| | S, км | v, км\ч | t, ч; $t = \frac{S}{v}$ |
|----------------|-------|---------|-------------------------|
| По течению | 77 | $x+4$ | $\frac{77}{x+4}$ |
| Против течения | 77 | $x-4$ | $\frac{77}{x-4}$ |

Составим уравнение и решим его:

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2 \quad \text{Область определения переменной } x: x \neq 4, x \neq -4$$

$$77(x+4) - 77(x-4) = 2(x-4)(x+4)$$

$$x^2 = 324$$

$x=18$ или $x=-18$ - не удовлетворяет по смыслу задачи

Ответ: 18км\ч

Примечание: Если не прописана область значения переменной, то необходима проверка!

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км\ч.

Ответ: 18 км\ч.

Оформление задач на нахождение средней скорости

22

Первые 105 км автомобиль ехал со скоростью 35 км/ч, следующие 120 км — со скоростью 60 км/ч, а последние 500 км — со скоростью 100 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Заметим, что всего автомобиль проехал $105 + 120 + 500 = 725$ (км), затратив на весь путь $\frac{105}{35} + \frac{120}{60} + \frac{500}{100} = 10$ (часов). Таким образом, его средняя скорость

равна $\frac{725}{10} = 72,5$ (км/ч).

Ответ: 72,5 км/ч.

$$t = \frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2} + \frac{S_3}{v_3}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t}$$

| Баллы | Содержание критерия |
|-------|--|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера |
| 0 | Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше |
| 2 | <i>Максимальный балл</i> |

Оформление задач на равномерное движение

21

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 63 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям по платформе со скоростью 3 км/ч, за 18 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Скорость сближения пешехода и поезда равна $63 - 3 = 60$ км/ч. Заметим, что 1 м/с равен 3,6 км/ч. Значит, длина поезда в метрах равна

$$\frac{60 \cdot 18}{3,6} = 300.$$

Ответ: 300 м.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

1) $63 - 3 = 60$ (км/ч) - $V_{\text{поезда}}$ с вычитом $V_{\text{пешехода}}$

2) 60 минут = 3600 секунд = 1 ч $\Rightarrow V_2 = 60$ км / 3600 сек.

3) 60 км = 60 000 м $\Rightarrow V_2 = 60 000$ м / 3600 сек.

4) $V_2 = 60 000$ м / 3600 сек = $10 000$ м / 600 сек = 100 м / 6 сек. =
= 300 м / 18 сек. \Rightarrow за 18 секунд при V_2 поезд проедет 300 м

Ответ: 300 м.

Оформление задач на равномерное движение

Задача 2. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 57 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего по платформе параллельно путям со скоростью 3 км/ч навстречу поезду, за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Движение навстречу $v = v_1 + v_2$ $S = v \cdot t$

- 1) $57+3=60$ (км/ч) - скорость сближения поезда и пешехода
- 2) 60 (км/ч) $= (60 \cdot 1000):3600 = 100:6 = 50/3$ (м/с) скорость.
- 3) $50/3 \cdot 36 = 600$ (м) - длина поезда

Ответ 600 м

Оформление задач на движение по кругу

Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставался 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 8 км/ч меньше скорости второго.

Решение.

Пусть x км/ч – скорость 1 бегуна ,

тогда $(x+8)$ км/ч – скорость 2 бегуна.

2 бегун пробежал круг за $1\text{ч} - 20\text{ мин} = 40\text{ мин} = 2/3\text{ ч}$

1 бегун пробежал за 1 час: $1 \cdot x = x$ км , а 2 бегун за $2/3$ часа пробежал $2/3(x+8)$ км, что на 1 км больше 1 бегуна.

Составим и решим уравнение

$$\frac{2}{3}(x+8) - x = 1$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{16}{3} - x = 1$$

$$-\frac{1}{3}x = 1 - \frac{16}{3}$$

$$x = -\frac{13}{3} : \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$x = 13$$

Ответ 13 км/ч

Оформление задач на движение

Из города А в город В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на 11 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 66 км/ч, в результате чего прибыл в город В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 40 км/ч.

| | v, км/ч | S, км | t, ч |
|---|-----------|---------------|------------------------|
| 1 автомобиль | x | S | $\frac{S}{x}$ |
| 2 автомобиль <i>1 половина пути</i> | $x-11$ | $\frac{S}{2}$ | $\frac{S}{2(x-11)}$ |
| 2 автомобиль <i>2 половина пути</i> | 66 | $\frac{S}{2}$ | $\frac{S}{2 \cdot 66}$ |

Решение.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S}{2(x-11)} \\ \frac{S}{2 \cdot 66} \end{array} \right\} \frac{S}{2(x-11)} + \frac{S}{2 \cdot 66}$$

Составим и решим уравнение:

$$\frac{S}{2(x-11)} + \frac{S}{2 \cdot 66} = \frac{S}{x} \quad x \neq 0; x \neq 11$$

$$\frac{66 + x - 11}{132(x-11)} = \frac{1}{x} \quad \frac{55 + x}{132(x-11)} - \frac{1}{x} = 0 \quad x^2 + 55x - 132x + 132 \cdot 11 = 0 \quad x^2 - 77x + 1452 = 0$$

$$x = \frac{77 \pm \sqrt{77^2 - 4 \cdot 1452}}{2} \quad x = \frac{77 \pm \sqrt{121}}{2} \quad x_1 = 33, x_2 = 44 \quad \text{Ответ } 44 \text{ км/ч}$$

Оформление задачи на работу

Первая труба пропускает на 16 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 105 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба?

Решение.

Пусть первая труба пропускает x л/мин, где $x > 0$,

тогда вторая труба - $(x+16)$ л/мин .

Резервуар объёмом 105 литров первая труба заполняет за $\frac{105}{x}$ мин,

а вторая труба - за $\frac{105}{x+16}$ мин

Известно, что вторая труба заполняет весь резервуар на 4 минуты быстрее, чем первая.

Составим и решим уравнение: $\frac{105}{x} - \frac{105}{x+16} = 4$ $x \neq 0, x+16 \neq 0$

$$\frac{105 \cdot (x+16) - 105x}{x \cdot (x+16)} = \frac{4 \cdot (x^2 + 16x)}{x(x+16)} \quad \frac{105 \cdot (x+16) - 105x}{x \cdot (x+16)} = \frac{4}{x \cdot (x+16)}$$

$$1680 = 4 \cdot (x^2 + 16x) \quad x^2 + 16x - 420 = 0 \quad x = -8 \pm \sqrt{64 + 420} \quad x = -8 \pm \sqrt{484}$$

$$x = -8 \pm 22 \quad x_1 = -30 \text{ не подходит, т. к. } x > 0$$

$$x_2 = 14$$

14 + 16 = 30 л/мин пропускает 2 труба

Ответ 30 л/мин

Оформление задачи на работу

На изготовление 231 детали ученик тратит на 11 часов больше, чем мастер на изготовление 462 таких же деталей. Известно, что ученик за час делает на 4 детали меньше, чем мастер. Сколько деталей в час делает ученик?

Решение.

Предположим, что ученик делает x деталей в час, $x > 0$. Тогда мастер делает $x + 4$ детали в час.

Составим таблицу по данным задачи:

| | Производительность (дет/ч) | Время (ч) | Объём работ (дет) |
|--------|-------------------------------|---------------------|-------------------|
| Ученик | x | $\frac{231}{x}$ | 231 |
| Мастер | $x + 4$ | $\frac{462}{x + 4}$ | 462 |

Оформление задачи на работу неполное:

Так как ученик потратил на работу на 11 часов больше, можно составить уравнение:

$$\frac{231}{x} - \frac{462}{x+4} = 11.$$

Решим уравнение, предварительно разделив обе части на 11:

$$\frac{21}{x} - \frac{42}{x+4} = 1 \Leftrightarrow \frac{21x + 84 - 42x}{x(x+4)} = 1 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} 84 - 21x - x(x+4) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 25x - 84 = 0.$$

Корни полученного квадратного уравнения: -28 и 3 . Отбрасывая отрицательный корень, находим, что ученик делает в час 3 детали.

Ответ: 3 .

«Должны быть решения квадратных уравнений, а не просто записанные корни»

Семенов Андрей Викторович к.пед.н., ведущий научный сотрудник ФГБНУ «ФИПИ»

Оформление задачи на проценты

Свежие фрукты содержат 79% воды, а высушенные - 16%.
Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 72 кг
высушенных фруктов?

Решение.

| | Свежие фрукты | Сухие фрукты |
|--------------------|--|---|
| Вода | 79% | 16% |
| Сухая часть | 100 - 79 = 21% = 0,21 части | 100 - 16% = 84% = 0,84 части |
| Масса (кг) | x кг | 72 кг |

Так как масса «сухой части вещества» в высушенных фруктах и свежих фруктах остается постоянной, составим и решим уравнение:

$$x \cdot 0,21 = 72 \cdot 0,84 \qquad x = \frac{72 \times 84}{21} = \frac{72 \times 4}{1} = 288$$

Ответ 288 кг

Оформление задачи на проценты

Первый сплав содержит 5% меди, второй — 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 4 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава.

Решение.

Пусть x кг - масса первого сплава.

$$5\% = 5/100 = 0,05; \quad 13\% = \frac{13}{100} = 0,13; \quad 10\% = 10/100 = 0,1$$

| | 1 сплав | 2 сплав | 3 сплав |
|----------------|---------|---------------|----------------------|
| Масса, кг | x | $x + 4$ | $x + x + 4 = 2x + 4$ |
| Концентрация | 0,05 | 0,13 | 0,1 |
| Масса меди, кг | $0,05x$ | $0,13(x + 4)$ | $0,1(2x + 4)$ |

Составим уравнение: $0,05x + 0,13(x + 4) = 0,1(2x + 4)$

$$0,05x + 0,13(x + 4) = 0,1(2x + 4) | \cdot 100;$$

$$x + 13(x + 4) = 10(2x + 4); \quad 5x + 13x + 52 = 20x + 40;$$

$$5x + 13x - 20x = 40 - 52; \quad -2x = -12; \quad x = -12 : (-2); \quad x = 6 \text{ (кг)}.$$

Масса третьего сплава: $2x + 4 = 2 \cdot 6 + 4 = 16$ (кг)

Ответ: 16 кг

| | | | |
|--------|-------|------------------|-----|
| | v | t | s |
| по теч | $x+4$ | $\frac{77}{x+4}$ | 77 |
| пр теч | $x-4$ | $\frac{77}{x-4}$ | 77 |

составим уравнение:

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$\frac{77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2-16)}{x^2-16} = 0$$

$$0 \text{ D } 3: x \neq 4; x \neq -4$$

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

$$77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2-16) = 0$$

$$77 \cdot 8 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$616 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$2x^2 - 648 = 0$$

$$x^2 = 324$$

$$x_1 = 18$$

$$x_2 = -18$$

Ответ: 18

0 баллов

Нет ни одной единицы измерения.

Нет обоснованного перехода к уравнению.

Посторонний корень не объяснен.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.
 Ответ: 18 км/ч.

№22 Пусть x - скорость (км/ч)
 тогда $x+4$ - скорость (км/ч)
 $x-4$ - скорость (км/ч)

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$
~~$$\frac{77(x+4) - 77(x-4)}{(x-4)(x+4)} = 2$$~~

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} - 2 = 0$$

$$\frac{77(x+4) - 77(x-4) - 2(x^2-16)}{(x-4)(x+4)} = 0 \quad \text{O.D.З.: } x \neq \pm 4$$

$$77x + 308 - 77x + 308 - 2x^2 + 32 = 0$$

$$-2x^2 + 32 + 616 = 0$$

$$2x^2 = 648$$

$$x^2 = 324$$

$$x_1 = 18 \quad x_2 = -18 \quad (\text{не подходит по смыслу})$$

18 км/ч - скорость

Ответ: 18 км/ч

Краткая запись неполная.
 Нет обоснованного
 перехода к уравнению.

0 баллов

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

N22

$$\begin{array}{l|l} v & t \\ \hline x-4 \text{ км/ч} & \frac{77}{x-4} = 77 \text{ мин} \\ x+4 \text{ км/ч} & \frac{77}{x+4} = 77 \text{ мин} \end{array}$$

$$\frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} = 2$$

$$77(x+4) - 77(x-4) = 2(x^2 - 16)$$

$$77x + 308 - 77x + 308 = 2x^2 - 32$$

$$616 = 2x^2 - 32 \quad | : 2$$

$$308 = x^2 - 16$$

$$324 = x^2$$

$$x = \pm 18$$

$$\text{Ответ: } 18 \text{ км/ч}$$

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

Нет обоснованного перехода к уравнению.

Не прописано ОДЗ.

Посторонний корень должен быть объяснен.

0 баллов

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

Два автомобиля одновременно отправляются в 240-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 20 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

Ответ: 80 км/ч.

N 28 5м 1ч

| | | |
|---|-----|--------|
| 1 | 240 | $x+20$ |
| 2 | 240 | x |

$$\frac{240}{x} - \frac{240}{x+20} = +1$$

$$\frac{240x - 240x + 4800 - x^2 - 20x}{x^2 + 20x} = 0$$

$$-x^2 - 20x + 4800 = 0 \quad | \quad x^2 + 20x; \quad ODS: x \neq 0; x \neq -20$$

$$-x^2 - 20x + 4800 = 0$$

$$D = 400 - 4 \cdot (-1) \cdot 4800 = 400 + 19200 = 19600 = 140^2$$

$$x_1 = \frac{20 + 140}{-2} = \frac{160}{-2} = -80 \text{ (не удов. усл. зад.)}$$

$$x_2 = \frac{20 - 140}{-2} = \frac{-120}{-2} = +60$$

~~ответ:~~
 $v_1 = 80 \text{ км/ч}$ Ответ: $v_1 = 80 \text{ км/ч}$

0 баллов

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера |

- 1) Не описано время в таблице.
- 2) Непонятно откуда взяли число 1 в уравнении.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

Два автомобиля одновременно отправляются в 240-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 20 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.
Ответ: 80 км/ч.

№ 22

| | Скор. | Время | Расстояние |
|---------|---------------------|----------------------|------------|
| I авто | $x \frac{км}{ч}$ | $\frac{240}{x}$ ч | 240 км |
| II авто | $x-20 \frac{км}{ч}$ | $\frac{240}{x-20}$ ч | 240 км |

$$\frac{240}{x-20} - \frac{240}{x} = 1$$

$$\frac{240x - 240(x-20) - 240 \cdot 20}{x(x-20)} = 1$$

$$x^2 - 20x = 4800$$

$$x^2 - 20x - 4800 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = -60 \text{ (не урб.)} \\ x_2 = 90 \end{cases}$$

... Ответ: 80 км/ч

Нет обоснованного перехода к уравнению.
 Нет ОДЗ.
 Нет решения квадратного уравнения.

0 баллов

«Должны быть решения квадратных уравнений, а не просто записанные корни»

Семенов Андрей Викторович к.пед.н., ведущий научный сотрудник ФГБНУ «ФИПИ»

Два автомобиля одновременно отправляются в 240-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 20 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.
 Ответ: 80 км/ч.

| № 22 | Скор. | Время | Расстояние |
|---------|-----------------------------------|----------------------|------------|
| I авто | $x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ | $\frac{240}{x}$ ч | 240 км |
| II авто | $x-20 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ | $\frac{240}{x-20}$ ч | 240 км |

$$\frac{240}{x-20} - \frac{240}{x} = 1$$

$$\frac{240x - 240(x-20) - 240 \cdot 20}{x(x-20)} = 1$$

$$x^2 - 20x = 4800$$

$$x^2 - 20x - 4800 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = -60 \text{ (не удов.)} \\ x_2 = 80 \end{cases}$$

Ответ: 80 км/ч

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

0 баллов

Два автомобиля одновременно отправляются в 240-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 20 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

Ответ: 80 км/ч.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

N 22. Сад 12 км

| | | |
|---|-----|--------|
| 1 | 240 | $x+20$ |
| 2 | 240 | x |

$$\frac{240}{x} - \frac{240}{x+20} = +1$$

$$\frac{240x - 240x + 4800 - x^2 - 20x}{x^2 + 20x} = 0$$

$$-x^2 - 20x + 4800 = 0 \quad | \quad x^2 + 20x; \quad ODS: x \neq 0; \quad x \neq 20$$

$$-x^2 - 20x + 4800 = 0$$

$$D = 400 - 4 \cdot (-1) \cdot 4800 = 400 + 19200 = 19600 = 140^2$$

$$x_1 = \frac{20 + 140}{-2} = \frac{160}{-2} = -80 \quad (\text{не удов. усл. зад.})$$

$$x_2 = \frac{20 - 140}{-2} = \frac{-120}{-2} = +60$$

Ответ:

$$v_1 = 80 \text{ км/ч} \quad \text{Ответ: } v_1 = 80 \text{ км/ч}$$

Нет обоснованного перехода к уравнению.

0 баллов

Пример задачи

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 36 км/ч, а вторую — со скоростью 99 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{36}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{99}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{36} + \frac{s}{99}} = 52,8.$$

Ответ: 52,8 км/ч.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|---|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или опска вычислительного характера |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

Возьмём весь путь **за 1**, тогда:

| | $S, \text{ км}$ | $T, \text{ ч}$ | $v, \text{ км/ч}$ |
|----|-----------------|------------------------|-------------------|
| I | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2 \cdot 36}$ | 36 |
| II | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2 \cdot 99}$ | 99 |

Найти:
 $v_{\text{средняя}} - ?$

Решение:

1) Найдём всё время движения:

$$\frac{1}{2 \cdot 36} + \frac{1}{2 \cdot 99} = \frac{15}{292} = \frac{5}{264} \quad (2)$$

$$2) v_{\text{средн}} = \frac{S \text{ (всё)}}{T \text{ (всё)}} = \frac{1}{\frac{5}{264}} = \frac{264}{5} = \frac{528}{10} = 52,8 \text{ (км/ч)}$$

Ответ: 52,8 км/ч

Ученик решает «свою задачу»,
в условии не сказано, что путь составляет 1 км.

0 баллов

Пример задачи

22 Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 36 км/ч, а вторую — со скоростью 99 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{36}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{99}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{36} + \frac{s}{99}} = 52,8.$$

Ответ: 52,8 км/ч.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|---|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или опска вычислительного характера |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

522
x - весь путь (км)

| | s | v | t |
|----|------------------|---------|-------------------|
| I | $\frac{x}{2}$ км | 36 км/ч | $\frac{x}{72}$ ч |
| II | $\frac{x}{2}$ км | 99 км/ч | $\frac{x}{198}$ ч |

Отсутствуют промежуточные расчеты, а в итоговом числе после упрощения не то значение: описка

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{вс}}}{t_{\text{вс}}} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{72} + \frac{x}{198}} = \frac{72 \cdot 198}{15x} = 48,6 \text{ км/ч}$$

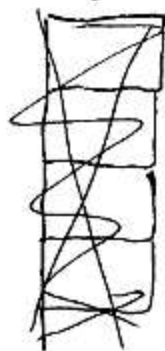
Ответ 48,6 км/ч

1 балл

21 Два велосипедиста одновременно отправляются в 60-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

Решение дробно-рационального уравнения без ОДЗ неверно!

№21. Пусть $x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ - скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.



| | $v, \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ | $t, \text{ч}$ | $S, \text{км}$ |
|-------|-----------------------------------|----------------------------|----------------|
| 1 вел | $x+10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ | $\frac{60}{x+10} \text{ч}$ | 60 км |
| 2 вел | $x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ | $\frac{60}{x} \text{ч}$ | 60 км |

Слотри

не указано: $x \neq 0$, $x \neq -10$.

П.к. скорость первого на $10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ больше, то времени он затратит меньше.

Составим уравнение:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+10} = 3 \quad | \cdot x(x+10)$$

$$60(x+10) - 60x = 3x(x+10)$$

$$60x + 600 - 60x - 3x^2 - 30x = 0$$

$$-3x^2 - 30x + 600 = 0 \quad | \cdot (-3)$$

$$x^2 + 10x - 200 = 0$$

$$D = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-200) = 900$$

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{900}}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = \frac{-10 + 30}{2} = 10$$

$$x_2 = \frac{-10 - 30}{2} = -20 \quad \text{не подходит, т.к. } v \text{ не может быть меньше нуля}$$

Ответ: 10

можно было дописать, что выражение $x(x+10)$ является положительным по смыслу задачи, поэтому домножим обе части уравнения на выражение.

Или вообще не домножать обе части на это выражение, а решать равносильными переходами, не избавляясь от знаменателя сразу.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|---|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или опска вычислительного характера |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

0 баллов

Оформление задач на равномерное движение

21 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 63 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям по платформе со скоростью 3 км/ч, за 18 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Скорость сближения пешехода и поезда равна $63 - 3 = 60$ км/ч. Заметим, что 1 м/с равен 3,6 км/ч. Значит, длина поезда в метрах равна

$$\frac{60 \cdot 18}{3,6} = 300.$$

Ответ: 300 м.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

№21 Поезд едет со $v = 63 \text{ км/ч} \Rightarrow 17,5 \text{ м/с}$.

Пешеход идёт со $v = 3 \text{ км/ч} \Rightarrow \frac{5}{6} \text{ м/с}$.

Они идут параллельно, но поезд после 18 сек, проезжает его мимо. \Rightarrow Это длина поезда равна $S_n - S_{пеш}$ за 18 сек. \Rightarrow

$$17,5 \cdot 18 - \frac{5}{6} \cdot 18 = 3150 - 15 = 3135 \text{ метров - длина}$$

поезда.

Ответ: длина поезда равна 3135 метров.

0 баллов

Оформление задач на равномерное движение

21 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 63 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям по платформе со скоростью 3 км/ч, за 18 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Скорость сближения пешехода и поезда равна $63 - 3 = 60$ км/ч. Заметим, что 1 м/с равен 3,6 км/ч. Значит, длина поезда в метрах равна

$$\frac{60 \cdot 18}{3,6} = 300.$$

Ответ: 300 м.

| Баллы | Критерии оценки выполнения задания |
|-------|--|
| 2 | Ход решения задачи верный, получен верный ответ |
| 1 | Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера |
| 0 | Другие случаи, не соответствующие указанным критериям |
| 2 | Максимальный балл |

1) $63 - 3 = 60$ *абс. скорость*

~~2)~~ $60 \text{ км/ч} = 60000 \text{ м.}$

$1 \text{ час} = 3600 \text{ сек.}$

2) $\frac{60000}{3600} = 15 \frac{2}{3}$ *в 1 сек. метров*

3) $15 \frac{2}{3} \cdot 18 = 282 \text{ м. (длина поезда)}$

Ответ: 282 метра

0 баллов

Подведем итог

За что могут снять балл ?

- 1) Стали часто встречаться задачи на среднюю скорость. **Если путь взять за единицу**, в этом случае проверяющие сразу поставят ноль баллов! **Путь нужно брать за переменную!**
- 2) Один балл снимут на проверке, если начать прямо **в таблице составлять уравнение**, пропустив этап сравнения. В таблице есть числовые значения, есть переменная, **сравнение должно производиться строго под таблицей.**
- 3) Если задача решается без введения переменной, соответственно нет необходимости в таблице, и получен правильный ответ, то балл может быть **снят за недостаточность пояснений**. Это произойдет, если в решении школьника не понятно, откуда что взяли.
- 4) Также балл снимается, если при правильном оформлении **допущена вычислительная ошибка.**
- 5) Если получается дробное уравнение, то оно должно **иметь прописанные ограничения**, которые накладываются на переменную. Чаще всего эти ограничения никак не влияют на отбор корней, но за их отсутствие снимают баллы.
- 6) Если задача свелась к решению квадратного уравнения и в процессе получается отрицательный корень, то **нельзя бросать и не досчитывать его**. Нужно досчитать, а потом пояснить - это значение отрицательное, **не подходит по смыслу задачи**. Если этого не сделать, то тоже могут снять один балл.
- 7) Если **в таблице нет единиц измерения**, то за это тоже снимают один балл.