

Проверка развёрнутых ответов заданий профильного ЕГЭ по математике

Подготовила учитель МАОУ СОШ № 95
эксперт ЕГЭ Вундцеттель Ж.А.

1. Критерии проверки и оценка решений задания 12

Задание № 12 – тригонометрическое, логарифмическое или показательное уравнение.

- › Выделение решения уравнения в отдельный пункт *a* прямо указывает участникам экзамена на необходимость полного решения предложенного уравнения: при отсутствии в тексте конкретной работы ответа на вопрос пункта *a* задание № 12 оценивается 0 баллов.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте a ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта a и пункта b	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Общие замечания

- › При решении квадратного уравнения (в случае, если тригонометрическое уравнение свелось к квадратному),ошибка в формуле корней квадратного уравнения не считается вычислительной.
- › Изменение условия задачи- ноль баллов.
- › Любая ошибка в решении простейшего тригонометрического уравнения (в том числе и описка) оценивается в ноль баллов.

- Множество корней может быть записано разными способами.
- Отбор корней может быть произведён любым способом: с использованием числовой окружности, помощью графика, решения двойных неравенств, перебором целых значений K или Z .
- При отборе корней с помощью числовой (тригонометрической) окружности на числовой окружности должно быть: отмечены и обозначены концы числового отрезка, выделена дуга, отмечены и обозначены корни, принадлежащие данному отрезку.
- На окружности могут быть отмечены вспомогательные числа, принадлежащие числовому отрезку.

Множество корней может быть записано разными способами.

Значит, $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ или $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

1) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$x_1 = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = \frac{4\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

2) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ - нет решений, т.к. $-1 \leq \sin x \leq 1$, а $|\frac{\sqrt{3}}{2}| > 1$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Обратно $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$x = (-1)^n \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

В пункте б при оценке на 1 балл при отборе корней целочисленного параметра должен быть показан выход за пределы промежутка с обеих сторон во всех сериях.

Отбор корней нельзя назвать обоснованным, так как перебор остановлен на корне, принадлежащем отрезку.

Обратно $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin x = \sqrt{3}$
 $x = (-1)^n \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ Нет решений
 $\sin x \in [-$

а) При $n=0$
 $x = -\frac{\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n=-1$
 $x = \frac{\pi}{3} - \pi = -\frac{2\pi}{3} \notin \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n=-2$
 $x = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

При $n=-3$
 $x = \frac{\pi}{3} - 3\pi = -\frac{8\pi}{3} \in \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

Итак: а) $x = (-1)^n \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $-\frac{8\pi}{3}; -\frac{7\pi}{3}$

В пункте б при оценке на один балл обязательно должны быть подписаны концы дуги, отмечены точки решения, верно указаны имена точек

(не обязательно рядом с окружностью)

Отбор корней с помощью числовой окружности в этом решении нельзя считать обоснованным.

$\sin x = \frac{1}{2}$ - таких x не существует, так как $\sin \in [-1; 1]$,
 $\sin x = \frac{1}{2}$;
 $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ и $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$,
~~а) [-\frac{3\pi}{2}; 0]~~ б) $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$
 Рассмотрим на ^{единице} окружности данный отрезок и корни;
 корень $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$ ~~не~~ ни при каких условиях не будет лежать на $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.
 корень $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ попадет на этот отрезок в точке $\frac{5\pi}{6} - 2\pi = -\frac{7\pi}{6}$.

π

Уравнение решено верно, концы дуги подписаны-верно, неверно
найден корень: $3\pi + \frac{\pi}{6}$. Оценка- 1 балл.



ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН - 2022
БЛАНК ОТВЕТОВ № 2 Лист 1

Код региона	Код предмета	Название предмета	Резерв - 5
23	02	МАТ	

Бланк ответов № 2 (лист 2) 2240065093526 Лист 1

Перепишите значения полей "Код региона", "Код предмета", "Название предмета" из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ
Ответы на задания с РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например 31.
Условия задания переписывать не нужно.



ВНИМАНИЕ! Все бланки и контрольные измерительные материалы рассматриваются в комплекте

$$12) \text{ а) } 2 \cos^2 x + 3 \sin(-x) - 3 = 0$$

$$2 \cos^2 x - 3 \sin x - 3 = 0$$

$$2(1 - \sin^2 x) - 3 \sin x - 3 = 0$$

$$2 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 3 = 0$$

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$$

Пусть $\sin x = t, t \neq 0$, тогда:

$$2t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1$$

$$*1) t_1 = \frac{-3+1}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$*2) t_2 = \frac{-3-1}{4} = -1$$

Вернемся к исходной переменной:

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$\sin x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$

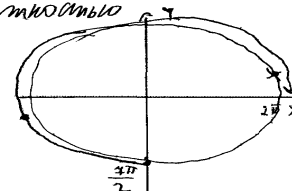
$$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: а) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$\text{б) } \frac{7\pi}{2}; \frac{13\pi}{6}$$

б) Вспользуем единичной окружностью



$$\frac{7\pi}{2}, \quad 3\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{17\pi}{6}$$

$$14) \frac{4}{3^x - 24} \geq \frac{1}{3^x - 9}$$

$$\frac{4}{3^x - 24} - \frac{1}{3^x - 9} \geq 0$$

$$0 \leq 3$$

$$3^x - 24 \neq 0$$

$$3^x - 9 \neq 0$$

$$x \neq 3$$

$$x \neq 2$$

Пример, когда ошибка в тригонометрии стоила потери 2 баллов.

$$\sin x = 1, x = \frac{\pi}{2} + \text{!!!} \pi k$$

~12

$$2 \cos^2 x - 3 \sin(-x) - 3 = 0$$

$$2 \cos^2 x + 3 \sin x - 3 = 0$$

$$2 - 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 3 = 0$$

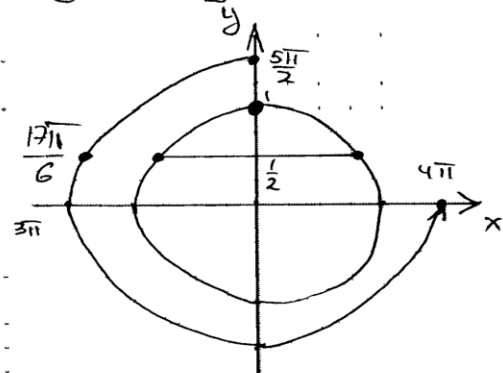
$$-2 \sin^2 x + 3 \sin x - 1 = 0$$

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0 \quad \left| \begin{array}{l} 3; 2 \\ 1; 2 \\ \frac{1}{2}; \frac{2}{2} \end{array} \right.$$

$$\sin x = 1 \quad \sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$x \in \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$$



$$x_1 = \frac{5\pi}{2}$$

$$x_2 = 3\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{12\pi}{6}$$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}.$
 б) $\frac{5\pi}{2}; \frac{12\pi}{6}$

Комментарий. В работе имеется, как минимум, два недостатка. Первый из них – прямая ошибка, которую нельзя отнести к вычислительным: в пункте *a* ответ должен быть $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$. Значит, уже не более 1 балла. Вторым – не описано, как проведен отбор корней. Поэтому правильный ответ в пункте *b*, который никак не может быть получен из пункта *a*, не дает возможности поставить 1 балл. Ситуацию мог бы выручить рисунок, по которому было бы видно как происходит отбор корней уравнения $|\sin x| = \frac{1}{\sqrt{2}}$, но рисунка нет.

РЕШУЕГЭ.РФ

$$\begin{aligned} \cos 2x + 0,5 &= \cos^2 x \\ \cos^2 x - \sin^2 x + 0,5 &= \cos^2 x \end{aligned}$$

$$\sin^2 x = 0,5$$

$$|\sin x| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} \sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} \delta) \quad & \left[-2\pi; -\frac{\pi}{2} \right] \\ & -\frac{7\pi}{4}; -\frac{5\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ответ:} \quad a) \quad & x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \delta) \quad & -\frac{7\pi}{4}; -\frac{5\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}. \end{aligned}$$

РЕШУЕГЭ.РФ

2. Критерии проверки и оценка решений задания 14

Задание № 14 – это неравенство: дробно-рациональное, логарифмическое или показательное.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением/ включением граничных точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
	<i>Максимальный балл</i>
	2

Общие замечания

- ✓ Если объявлено «ОДЗ», но выписаны не все условия-ноль баллов, хотя это не повлияло на отыскание правильного ответа.
- ✓ Неверные знаки в методе интервалов не считаются вычислительной ошибкой.
- ✓ Изменения условия задачи-ноль баллов.
- ✓ Расстановка знаков в методе интервалов принимается без обоснования.

В решении содержится ошибочное утверждение,
связанное с ОДЗ.

$$\frac{\log_4(64x)}{\log_4 x - 3} + \frac{\log_4 x - 3}{\log_4(64x)} \approx \frac{\log_4 x^4 - 16}{\log_4^2 x - 9}$$

ОДЗ. $x > 0$, $x \in (0; +\infty)$

Общие замечания

Решите неравенство $\log_3(5-5x) \geq \log_3(x^2-3x+2) - \log_3(x+4)$.

Ответ: $[-3; 1)$.

$$\log_3(5-5x) \geq \log_3(x^2-3x+2) - \log_3(x+4)$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} 5-5x > 0 \\ x^2-3x+2 > 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x < 1; x > 2 \\ x > -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in [-4; 1); (2; +\infty)$$

Система неравенств решена неверно
(не вычислительная ошибка). Оценка эксперта: 0 баллов.

$$\log_3 (5 - 5x) + \log_3 (x + 4) \geq \log_3 (x^2 - 3x + 2)$$

$$\log_3 (5 - 5x) \cdot (x + 4) \geq \log_3 (x^2 - 3x + 2)$$

\log_3 - монотонно возрастающая функция,
знак неравенства не меняем.

$$(5 - 5x) \cdot (x + 4) \geq x^2 - 3x + 2$$

$$-6x^2 - 12x + 18 \geq 0 \quad | : -6$$

$$x^2 + 2x - 3 \leq 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 3) \leq 0$$

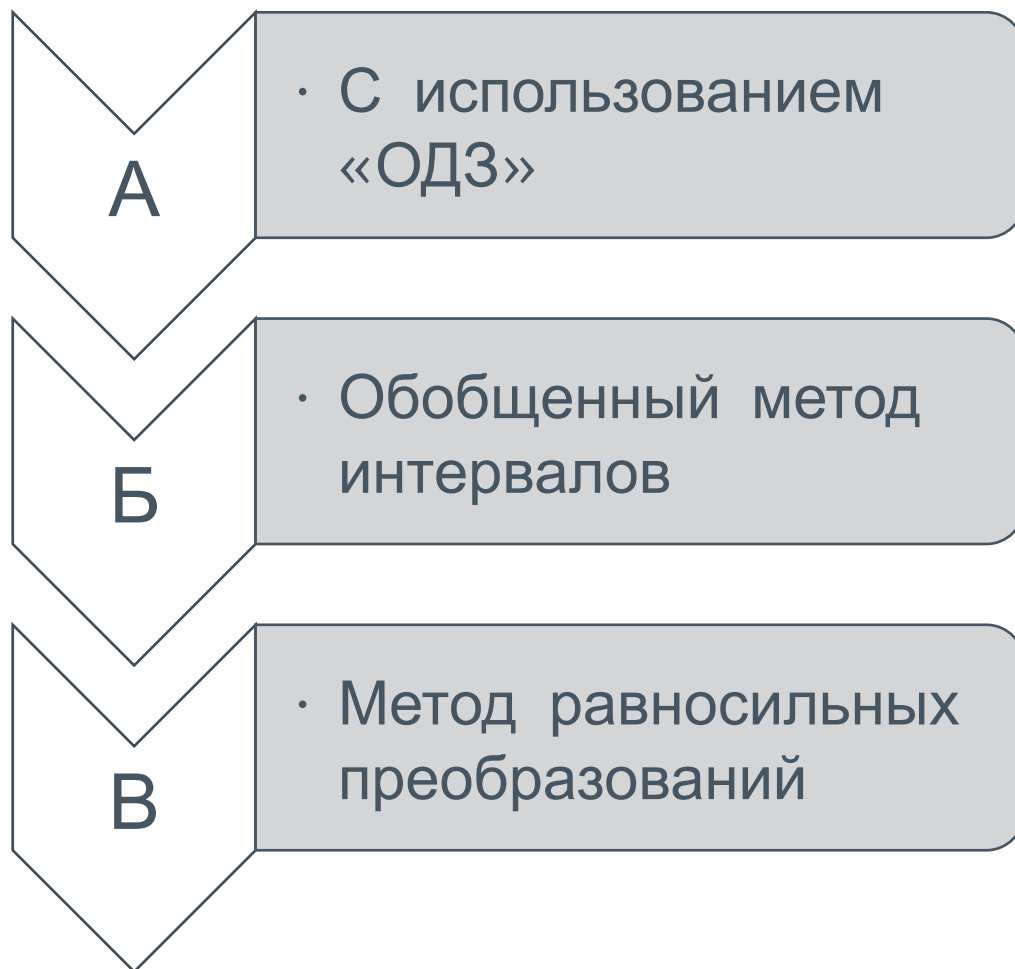


$$\begin{cases} x \in [-3; 1] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-4; 1); (2; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in [-3; 1]$$

Ответ: $[-3; 1]$

Методы решения неравенств



- › Писать или не писать «ОДЗ»?
- › Ни в одном документе ФГБНУ "ФИПИ" нет запрета на использование тех или иных понятий, фактов, способов записи.
- › В частности, полное, обоснованное решение, корректно использующее понятие "Область допустимых значений", а также запись ответа с использованием знака объединения при проверке работ, согласно критериям, оценивается максимальным баллом.

Писать «ОДЗ» можно, только делать это надо правильно. Ведь, по определению, область допустимых значений уравнения или неравенства – это множество значений переменной, при которых обе части данного уравнения имеют смысл.

$$\frac{1 - \sqrt{1 - 4 \log_4^2 x}}{\log_4 x} \leq 2$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 1 - 4 \log_4^2 x \geq 0 \\ \log_4 x \neq 0 \end{cases}$$

Нахождение нулей функции с исключением точек без аргументации.

$$\frac{(2^x + 7)(2^x - 4)}{(2^x - 8)} \leq 0$$

$$2^x = 4$$

$$x = 2$$

РЕШЕНИЙ

$$2^x = 8$$

$$x = 3$$

$$2^x = -7$$

НЕТ

Далее следует ответ без указания числовой прямой и расстановки знаков

3. Критерии проверки и оценка решений задания 15

Задание № 15 – это текстовая задача с экономическим содержанием.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи, но именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию, и т.п. Предъявленный текст должен включать описание того, как построена модель.

Общие замечания

- ✓ На 1 балл в 15 задании должна быть полная математическая модель с одним(двумя уравнениями) и обязательно начато её исследование.
- ✓ Необходимо указывать значения введённых обозначений (s – сумма кредита, r %- процент кредита, x -выплата).
- ✓ Учащиеся путают использование доли- $\frac{r}{100}$ или коэффициента $\frac{r+100}{100}$.



Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн руб.)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн руб.

Ответ: 5.

$$1 + \frac{r}{100} + 0,9 + \frac{r}{100} + 0,8 + \frac{r}{100} + 0,7 + \frac{r}{100} + 0,6 + \frac{r}{100} + 0,5 + \frac{r}{100} > 1,2$$

$$4,5 \frac{r}{100} > 0,2$$

$$9 \frac{r}{100} > 0,4$$

$$\frac{r}{100} > \frac{4}{90}$$

Ближайшее r — это 5

~~4~~ $\frac{4}{100} < \frac{4}{90}$ не подходит, берём на 1 балль.

$$\frac{5}{100} = \frac{1}{20} > \frac{4}{90}$$

$$\frac{90}{1800} > \frac{80}{1800} \Rightarrow \text{Ответ. } r=5$$

Комментарий

В решении без объяснений записано неравенство. Неравенство явно не решено. Таким образом, решение недостаточно обоснованное.

Оценка эксперта: 1 балл.

УКАЗАНИЯ ПО ОЦЕНИВАНИЮ РАЗВЁРНУТЫХ ОТВЕТОВ УЧАСТНИКОВ ЕГЭ ДЛЯ ЭКСПЕРТА

- Решение участника экзамена может иметь логику, отличную от логики решения, данного в критериях (альтернативное решение). В этом случае эксперт оценивает допустимость решения конкретной задачи тем способом, который выбрал участник экзамена. Если ход решения допустим, то **эксперт оценивает обоснованность этого решения на основании той совокупности свойств (признаков), формул или утверждений, которые соответствуют выбранному способу решения.**

Указания по оцениванию развёрнутых ответов участников ЕГЭ для эксперта

- Если экзаменуемый использует в решении без доказательства формулы и факты, которые не представлены в учебниках, входящих в Федеральный перечень, то такое решение классифицируется как недостаточно обоснованное.
- Если математические преобразования, представленные в решении, не отражают основных необходимых логических шагов, то решение не может оцениваться максимальным баллом.

**Указания по
оцениванию
развёрнутых
ответов
участников ЕГЭ
для эксперта**

- Наличие ошибок в промежуточных выкладках, даже не повлиявших на итоговый ответ, означает наличие математически некорректного перехода в решении задачи, что не позволяет оценить решение задачи максимальным баллом.
- Если участник экзамена решает задачу с другими числовыми данными, то такое решение задачи оценивается в 0 баллов, даже если он решает содержательно более сложную задачу.



Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

ФИПИ



О нас ▾ ЕГЭ ▾ ОГЭ ▾ ГВЭ ▾ Навигатор подготовки ▾ Методическая копилка ▾ Журнал ФИПИ Услуги ▾

[Открытый банк заданий ЕГЭ](#) [Открытый банк заданий ОГЭ](#) [Итоговое сочинение](#) [Итоговое собеседование](#) [Иностранным гражданам](#)

[Открытый банк оценочных средств по русскому языку](#) [Открытый банк заданий для оценки естественнонаучной грамотности](#)

ФГБНУ «ФИПИ» → ЕГЭ → Аналитические и методические материалы

Аналитические и методические материалы

Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2022 года

[Русский язык](#) **[Математика](#)** [Физика](#) [Химия](#) [Информатика](#) [Биология](#) [История](#)

[География](#) [Обществознание](#) [Литература](#) [Иностранный язык](#)

- Ученику
- Учителю
- Школа
- Эксперту
- Справочник
- Теория
- Сказать спасибо
- Вопрос — ответ
- Моя статистика
- Избранное

🔍 №/текст задания

Жанна 📄
Играть в ЕГЭ-игрушку

НОВОСТИ
14 ОКТЯБРЯ
Самая доступная подготовка в ЕГЭ/ОГЭ 2023 в России от Сотки. Бесплатный урок
Чат
12 ОКТЯБРЯ
Как БЕСПЛАТНО готовиться к ЕГЭ по профильной

Школа экспертов

Ниже представлены общие критерии оценивания заданий с развернутым ответом. Для каждого конкретного задания конкретизируются и уточняются.
На страницах «Методические указания» размещены задания, критерии проверки решений и сами ученические решения, которые вы сможете оценить. Нажав кнопку «Проверить», вы увидите комментарии к выставлению оценки. На страницах «Перейти к проверке» размещены тренировочные упражнения по проверке. После завершения проверки подводятся

[Методические указания по проверке заданий C1](#)
[Перейти к проверке заданий части C1](#)

[Методические указания по проверке заданий C2](#)
[Перейти к проверке заданий части C2](#)

[Методические указания по проверке заданий C3](#)
[Перейти к проверке заданий части C3](#)

[Методические указания по проверке заданий C4](#)
[Перейти к проверке заданий части C4](#)

[Методические указания по проверке заданий C5](#)
[Перейти к проверке заданий части C5](#)

[Методические указания по проверке заданий C6](#)
[Перейти к проверке заданий части C6](#)

[Методические указания по проверке заданий C7](#)
[Перейти к проверке заданий части C7](#)

$$\boxed{C-1} \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right) = \cos x$$

$$\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

$$a) \quad \sin 2x = \cos x$$

$$2 \sin x \cos x = \cos x$$

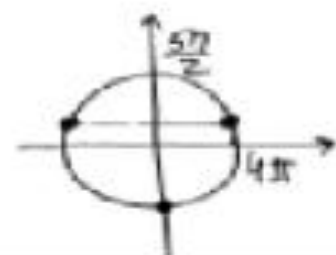
$$\cos x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad \text{или} \quad \sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$$

$$b) \quad \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$



$$\left\{ \frac{7\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}; \frac{5\pi}{2} \right\}$$

РЕШЕТЕ.РМ

Комментарий. В пункте *a* решение верно и обоснованно, ответ верен, разве что не хватает $k \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$, но это не следует считать серьезным недостатком. Так что 1 балл

ость. Ответ в пункте *b* неверен и ясно, где ошибка: в ответ включен корень $\frac{5\pi}{6}$, не

принадлежащий указанному промежутку, а следовало бы включить $\frac{5\pi}{6} + 2\pi = \frac{17\pi}{6}$.

Благодарю за
внимание



ЕГЭ